TALLER MÉTODO SIMPLEX
Dualidad y sensibilidad

Los ejercicios deben realizarse manualmente y ser explícito posible con los resultados obtenidos.

Problema 1.

Una empresa manufacturera elabora tres componentes: 1, 2 y 3 para vender a compañías de refrigeración. Los componentes son procesados en dos máquinas A y B. La máquina A está disponible por 120 horas y la máquina B esta disponible por 110 horas. No más de 200 unidades de componente 3 podrán ser vendidos, pero hasta 1000 unidades de cada uno de los otros dos componentes pueden ser vendidas. De hecho, la empresa tiene ya ordenes de 600 unidades de componente 1 que deben ser satisfechas. Los beneficios de cada unidad de los componentes 1, 2 y 3 son de Bs. 8, 6 y 9 respectivamente. Los tiempos en minutos necesarios para elaborar cada componente en cada máquina son:

Componente	Máquina 1	Máquina 2
1	6	4
2	4	5
3	4	2

La solución óptima por el Método Simplex es la siguiente:

Variables Básicas	X1	X2	X3	S1	S2	S3	S4	S5	S6	bj
X2	0	1	0	1/4	0	-1	0	0	3/2	***b1***
S2	0	0	0	5/4	1	3	0	0	-7/2	***b2***
X3	0	0	1	0	0	1	0	0	0	***b3***
S4	0	0	0	0	0	0	1	0	1	***b4***
S5	0	0	0	-1/4	0	1	0	1	-3/2	***b5***
X1	1	0	0	0	0	0	0	0	-1	***b6***
Z - Ci	***0***	***0***	***0***	***3/2***	***0***	***3***	***0***	***0***	***1***	***Z****

Determinar:

a) Formular el modelo matemático y calcular la Solución óptima del modelo formulado. (mostrar cálculos de b1; b2; b3; b4; b5; b6 y Z*)
b) Interpretación de las variables de decisión y de holgura en la solución óptima Primal y las variables duales.
c) Determine el estado de cada uno de los recursos disponibles y de las restricciones del modelo (explicar).
d) Cuál de los dos recursos recomendaría para que pueda ser incrementado y cuál debe disminuirse. Explique.
e) ¿Cuál debe ser el rango admisible de disminución o de aumento para cada una de las restricciones?
f) ¿Cuál debe ser el rango admisible de disminución o de aumento para cada una de las utilidades unitarias de cada producto?
g) Supongamos que el beneficio unitario del producto 1 disminuye en 2 Bs. ¿Qué pasará con la solución óptima actual?, ¿Será la misma?
h) Supongamos que el beneficio unitario del producto 3 aumenta en 4 Bs. ¿Qué pasará con la solución óptima actual?, ¿será la misma?.
i) Suponga que las horas disponibles en la maquina A disminuyen en 10 horas. ¿Cuál será la nueva solución óptima?
j) Suponga que se deben producir 100 unidades más del producto 1. ¿Cuál será la nueva solución óptima?

Problema 2.

Un empresario pretende fabricar dos tipos diferentes de congeladores denominados A y B. Cada uno de ellos debe pasar por tres operaciones antes de su comercialización: Ensamblaje, pintura y control de calidad. Los congeladores requieren, 2,5 y 3 horas de ensamblaje respectivamente, 3 y 6 kilogramos de esmalte para su pintura respectivamente y 14 y 10 horas de control de calidad respectivamente. Los costos totales de fabricación por unidad son: $30.000 y $28.000 respectivamente, y los precios de venta $52.000 y $48.000 respectivamente.

El Empresario dispone semanalmente de 4.500 horas para ensamblaje, 3.400 kilogramos de esmalte y de 20.000 horas para control de calidad. Los estudios de mercado muestran que la demanda semanal de congeladores no supera las 1.700 unidades y que, la demanda del congelador tipo A, es de al menos, 600 unidades. Se desea:

a) Formular un modelo de programación lineal que indique cuántos congeladores deben fabricarse de cada tipo para que el beneficio sea máximo, teniendo en cuenta el estudio de demanda.

b) Resolverlo mediante el Método Simplex. Interpretar la solución óptima incluyendo las variables de holgura y de exceso.

c) Cuál es el estado de cada uno de los recursos utilizados. Explicar.

d) Cuál de los recursos recomendaría para que pueda ser incrementado y cuál debe disminuirse. Explique.

e) Determine el rango mínimo y máximo sobre el cual el empresario puede variar la capacidad en cada una de las tres operaciones.

f) Determinar los precios sombra de las horas de ensamblaje y control de calidad. Al fabricante le ofrecen disponer de 200 horas más para ensamblaje con un costo adicional total de $750.000. ¿Debería aceptar la oferta? ¿Por qué?

Problema 3.

Una compañía de ensambles eléctricos cuenta con dos productos que se elaboran al pasar en forma sucesiva por tres procesos diferentes. El tiempo por proceso asignado a los dos productos está limitado a 10 horas por día. El tiempo de producción y la ganancia por unidad de cada producto son:

Producto	Minutos por unidad			
	Proceso 1	Proceso 2	Proceso 3	Ganancia
1	10	6	8	$ 2000
2	5	20	15	$ 3000

a) Formular el modelo matemático por el método simplex y encontrar la solución óptima e interpretar sus variables (Primales y Duales)

b) Determine el estado de disponibilidad de tiempo para cada proceso, y decida si se puede disminuir el tiempo del proceso 2 en 1 hora. Explique

c) ¿Cuál debe ser el rango admisible de disminución o de aumento para cada una de las utilidades unitarias de cada producto?

d) Un empleado del departamento de ventas sugiere aumentar la utilidad unitaria del producto 2 en $500. ¿Será posible tomar esta decisión manteniendo los valores óptimos de la utilidad total y la producción programada? Explique.

1) a) Modelo matemático.

$$\text{Max } z = 8x_1 + 6x_2 + 9x_3$$

Sujeto a

$$\begin{aligned} 6x_1 + 4x_2 + 4x_3 &\leq 7200 \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 &\leq 6600 \\ x_3 &\leq 200 \\ x_1 &\leq 1000 \\ x_2 &\leq 1000 \\ x_1 &\geq 600 \end{aligned}$$

El tablero óptimo presentado en el documento tiene un error de signo. No es 5/4 sino -5/4

la matriz inversa es ← cambiamos el signo por la restricción $\geq$

$$\begin{bmatrix} 1/4 & 0 & -1 & 0 & 0 & -3/2 \\ -5/4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1/4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para calcular la columna b_j final se hace

$$\begin{bmatrix} 1/4 & 0 & -1 & 0 & 0 & -3/2 \\ -5/4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1/4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7200 \\ 6600 \\ 200 \\ 1000 \\ 1000 \\ 600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 700 \\ 300 \\ 200 \\ 400 \\ 300 \\ 600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ S_2 \\ x_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ x_1 \end{bmatrix}$$

Para $z^* = 8 \times 600 + 6 \times 700 + 9 \times 200 = 10800$

b) Solución óptima Primal es:

$x_1 = 600 \quad x_2 = 700 \quad x_3 = 200 \quad S_1 = 0 \quad S_2 = 300 \quad S_3 = 0$
$S_4 = 400 \quad S_5 = 300 \quad S_6 = 0$

Por tanto se deben producir
600 componentes 1
700 componentes 2
200 componentes 3.

Se usan todos los minutos de la máquina 1 $(S_1 = 0)$
Quedan disponibles 300 minutos de la máquina 2 $(S_2 = 300)$
Se venden un máximo de 200 unidades $(S_3 = 0)$
Del recurso 4 quedan 400 unidades no usadas $(S_4 = 400)$
Del recurso 5 quedan 300 unidades no usadas $(S_5 = 300)$
Del recurso 6 se consumen el mínimo de 600 unidades $(S_6 = 0)$

las variables duales son:

$y_1 = 3/2 \quad y_2 = 0 \quad y_3 = 3 \quad y_4 = 0 \quad y_5 = 0 \quad y_6 = -1$. (Cambiamos signo por restricción)

Significa: Aumentar una unidad en Recurso 2, 4 y 5 no genera efectos en las utilidades.

Aumentar una unidad del recurso 1., hace que las utilidades aumenten en $3/2$.

Por cada unidad que se aumente del recurso 3, las utilidades aumentan \$3

Por cada unidad que se aumente del recurso 6, las utilidades disminuyen en \$1.
Se puede disminuir el tiempo del proceso 2 en 1 hora (60 min) porque se tiene un exceso de 300 minutos

c) Como $S_1 = 0$ Recurso 1 es escazo.
Como $S_2 = 300$ recurso 2 es abundante
Como $S_3 = 0$ Recurso 3 es escazo
Como $S_4 = 400$ recurso 4 es abundante
Como $S_5 = 300$ recurso 5 es abundante
Como $S_6 = 0$ recurso 6 es escazo.

d) Se recomienda incrementar los recursos 1 y 3.
Se recomienda disminuir el recurso 6.

(Según análisis punto b)

e) Para el recurso 1.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & -1 & 0 & 0 & -3/2 \\ -5/4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1/4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 7200+d \\ 6600 \\ 200 \\ 1000 \\ 1000 \\ 600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 700 + d/4 \\ 300 - 5d/4 \\ 200 \\ 400 \\ 300 - d/4 \\ 600 \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$700 + d/4 \geq 0 \qquad d \geq -2800$

$300 - 5d/4 \geq 0 \qquad d \leq 240$

$300 - d/4 \geq 0 \qquad d \leq 1200$

$[-2800, 240]$

Para el recurso 2

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}7200\\6600+d\\200\\1000\\1000\\600\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}700\\300+d\\200\\400\\300\\600\end{bmatrix}$$

$300+d\geq 0$ $\quad(-\infty,-300]$

Para el recurso 3

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}7200\\6600\\200+d\\1000\\1000\\600\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}700-d\\300+3d\\200+d\\400\\300+d\\600\end{bmatrix}$$

$700-d\geq 0 \quad d\leq 700$

$300+3d\geq 0 \quad d\geq -100$

$200+d\geq 0 \quad d\geq -200$

$300+d\geq 0 \quad d\geq -300$

$[-100, 700]$

Para el recurso 4

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}7200\\6600\\200\\1000+d\\1000\\600\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}700\\300\\200\\400+d\\300\\600\end{bmatrix}$$

$400+d\geq 0 \quad d\geq -400 \quad [-400,\infty)$

Para el recurso 5

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}7200\\6600\\200\\1000\\1000+d\\600\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}700\\300\\200\\400\\300+d\\600\end{bmatrix}$$

$300+d\geq 0 \quad d\geq -300 \quad [-300,\infty)$

Para el recurso 6

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}7200\\6600\\200\\1000\\1000\\600+d\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}700-3d/2\\300+7d/2\\200\\400-d\\300+3d/2\\600+d\end{bmatrix}$$

$700-\frac{3d}{2}\geq 0 \quad d\leq \frac{1400}{3}$

$300+7d/2\geq 0 \quad d\geq -\frac{600}{7}$

$400-d\geq 0 \quad d\leq 400$

$300+3d/2\geq 0 \quad d\geq -200$

$600+d\geq 0 \quad d\geq -600$

Rango $\left[-\frac{600}{7}, 400\right]$

f) Para las utilidades

Cambio en Utilidad de x_1 $\quad 8 \rightarrow 8+d$

$$y^* = [6, 0, 9, 0, 0, 8+d]$$

$$y^* \cdot A^{-1} = [6, 0, 9, 0, 0, 8+d] \cdot \begin{bmatrix} 1/4 & 0 & -1 & 0 & 0 & -3/2 \\ -5/4 & 1 & 3 & 0 & 0 & 7/2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1/4 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= [3/2, 0, 3, 0, 0, d-1]$$

$$d-1 \leq 0 \qquad d \leq 1$$

Rango de cambio $[-\infty, 1]$

Cambio en utilidad de x_2

$$y^* = [6+d, 0, 9, 0, 0, 8]$$

$$y^* \cdot A^{-1} = \left[\frac{3}{2} + \frac{d}{4}, 0, 3-d, 0, 0, -1-\frac{3}{2}d\right]$$

$$\frac{3}{2} + \frac{d}{4} \geq 0 \qquad d \geq -6$$

$$3-d \geq 0 \qquad d \leq 3$$

$$-1-\frac{3}{2}d \leq 0 \qquad d \geq -\frac{2}{3}$$

Rango de cambio $[-2/3, 3]$

Cambio en utilidad de x_3

$$y^* = [6, 0, 9+d, 0, 0, 8]$$

$$y^* \cdot A^{-1} = [3/2, 0, 3+d, 0, 0, -1]$$

$$3+d \geq 0 \qquad d \geq -3$$

Rango de cambio $[-3, \infty)$

g) Si $C_1 = 8 - 2 = 6$

Como $-2 \in [-\infty, 1]$ la solución óptima no cambia

$x_1 = 600 \quad x_2 = 700 \quad x_3 = 200$

Con $z = 6 * 600 + 6 * 700 + 9 * 200 = 9600$

h) Si $C_3 = 9 + 4 = 13$

Como $4 \in [-3, \infty)$ la solución óptima no cambia

$x_1 = 600 \quad x_2 = 700 \quad x_3 = 200$

Con $z = 8 * 600 + 6 \times 700 + 13 \times 200 = 11600$

i) Si se tienen $10 \times 60 = 600$ minutos menos en la máquina 1.

$-600 \in [-2800, 240]$

la solución óptima no cambia.

j) Se deben producir como mínimo $600 + 100 = 700$

$100 \in \left[-\frac{600}{7}, 400\right]$

la solución óptima no cambia.

2) a) X_1 = Cantidad de congeladores A
X_2 = " " " B.

Utilidades
$A = 52.000 - 30.000 = 22.000$
$B = 48.000 - 28.000 = 20.000$

F.O. Max $z = 22X_1 + 20X_2$ (En miles)

s.a.

$2.5X_1 + 3X_2 \leq 4500$ (En horas)

$3X_1 + 6X_2 \leq 3400$ (En kg)

$14X_1 + 11X_2 \leq 20000$ (En horas)

$X_1 + X_2 \leq 1700$

$X_1 \geq 600$

$X_1, X_2 \geq 0$

b) $z - 22x_1 - 20x_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 + 0S_4 + 0S_5 + MR_1 = 0$

$$
\begin{aligned}
2.5x_1 + 3x_2 + S_1 &= 4500 \\
3x_1 + 6x_2 + S_2 &= 3400 \\
14x_1 + 11x_2 + S_3 &= 20000 \\
x_1 + x_2 + S_4 &= 1700 \\
x_1 - S_5 + R_1 &= 600
\end{aligned}
$$

Tablero inicial

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	R_1	b_j
Z	1	-22	-20	0	0	0	0	0	M	0
S_1	0	5/2	3	1	0	0	0	0	0	4500
S_2	0	3	6	0	1	0	0	0	0	3400
S_3	0	14	11	0	0	1	0	0	0	20000
S_4	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1700
R_1	0	1	0	0	0	0	1	-1	1	600

$F = F_1 - MF_6$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	R_1	b_j	
Z	1	-22-M	-20	0	0	0	0	M	0	-600M	
S_1	0	5/2	3	1	0	0	0	0	0	4500	÷ 5/2 = 1800
S_2	0	3	6	0	1	0	0	0	0	3400	÷ 3 = 1133,3
S_3	0	14	11	0	0	1	0	0	0	20000	÷ 14 = 1428,5
S_4	0	1	1	0	0	0	1	0	0	1700	÷ 1 = 1700
R_1	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	600	÷ 1 = 600

Entra X_1 Sale R_1 $F_1 = F_1 - (-22-M)F_6$ $F_2 = F_2 - 5/2\,F_6$
$F_3 = F_3 - 3F_6$ $F_4 = F_4 - 14F_6$ $F_5 = F_5 - F_6$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	R_1	b_j	
Z	1	0	-20	0	0	0	0	-22	M+22	13200	
S_1	0	0	3	1	0	0	0	5/2	-5/2	3000	÷ 5/2 = 1200
S_2	0	0	6	0	1	0	0	3	-3	1600	÷ 3 = 533,3
S_3	0	0	11	0	0	1	0	14	-14	11600	÷ 14 = 828,57
S_4	0	0	1	0	0	0	1	1	-1	1100	÷ 1 = 1100
X_1	0	1	0	0	0	0	0	-1	1	600	

Entra S_5 Sale S_2 $F_3 = F_3/3$ $F_1 = F_1 + 22F_3$ $F_2 = F_2 - \frac{5}{2}F_3$
$F_4 = F_4 - 14F_3$ $F_5 = F_5 - F_3$ $F_6 = F_6 + F_3$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	S_4	S_5	R	b_j	
Z	1	0	24	0	22/3	0	0	0	M	74800/3	= 24933,3
S_1	0	0	-2	1	-5/6	0	0	0	0	5000/3	= 1666,6
S_5	0	0	2	0	1/3	0	0	1	-1	1600/3	= 533,3
S_3	0	0	-17	0	-14/3	1	0	0	0	12400/3	= 4133,3
S_4	0	0	-1	0	-1/3	0	1	0	0	1700/3	= 566,66
X_1	0	1	2	0	1/3	0	0	0	0	3400/3	= 1133,33

Solución óptima

$x_1 = 1133,33 \quad x_2 = 0 \quad S_1 = 1666,6 \quad S_2 = 0 \quad S_3 = 4133,3$
$S_4 = 566,66 \quad S_5 = 533,33 \quad Z = 24933,3$

Se deben fabricar 1133,33 congeladores tipo A

Como debe ser entero son 1133 congeladores
la utilidad esperada es $22 \times 1133 = 24926$ (miles)

$S_1 = 1666,6$ existen 1666,6 horas de ensamblaje disponible
$S_2 = 0$ Se consumió toda la pintura
$S_3 = 4133,3$ existen 4133,3 horas de control de calidad disponibles
$S_4 = 566,66$ Quedan 566,66 unidades de congeladores para alcanzar la demanda máxima.

$S_5 = 533,33$ Se producen 533,33 unidades de congelador A por encima de su demanda mínima.

c) Como $S_2 = 0$ el recurso 2 (la pintura) es escazo.
los otros recursos son abundantes $(S_i > 0)$

d) El único recurso que se consume plenamente es la pintura

$$y_2 = 22/3 = 7,33$$

Por cada kg de pintura que se aumente, la ganancia mejorará en \$7,33

los otros recursos se pueden disminuir sin problema.

e) Rango de variación para las tres operaciones.

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -5/6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -14/3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/3 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Para ensamblaje

$$A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 4500 + d \\ 3400 \\ 20000 \\ 1700 \\ 600 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5000/3 + d \\ 1600/3 \\ 12400/3 \\ 1700/3 \\ 3400/3 \end{bmatrix}$$

$\frac{5000}{3} + d \geq 0 \quad d \geq -\frac{5000}{3}$

$d \geq -1666,66$

$[-1,666,66 ; \infty)$

Para Pintura

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}4500\\3400+d\\20000\\1700\\600\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5000/3-5d/6\\1600/3+d/3\\12400/3-14/3d\\1700/3-d/3\\3400/3+d/3\end{bmatrix}\geq\begin{bmatrix}0\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}$$

$\frac{5000}{3}-\frac{5d}{6}\geq 0$ $\qquad d\leq 2000$

$\frac{1600}{3}+\frac{d}{3}\geq 0$ $\qquad d\geq -1600$

$\frac{12400}{3}-\frac{14}{3}d\geq 0$ $\qquad d\leq\frac{6200}{7}=885{,}71$

$\frac{1700}{3}-\frac{d}{3}\geq 0$ $\qquad d\leq 1700$

$\frac{3400}{3}+\frac{d}{3}\geq 0$ $\qquad d\geq -3400$

Rango de cambio para la pintura $[-1600,\ 885{,}71]$

Para el control de Calidad

$$A^{-1}\cdot\begin{bmatrix}4500\\3400\\20000+d\\1700\\600\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5000/3\\1600/3\\12400/3+d\\1700/3\\3400/3\end{bmatrix}$$

$\frac{12400}{3}+d\geq 0$

$d\geq-\frac{12400}{3}=-4133{,}33$

Rango de cambio para el control de calidad

$[-4133{,}33\ ;\ \infty)$

f) Precios Sombra

De ensamblaje $y_1^* = 0$

De control de Calidad $y_3^* = 0$

El aumento en 1 unidad (hora) en el departamento de ensamblaje o de control de calidad no generan efectos en la función objetivo.

No debe aceptar esa oferta, ya que el precio sombra del ensamblaje es cero.

3) a) X_1 = Unidades del producto 1
X_2 = Unidades del producto 2.

F.O. Max $2X_1 + 3X_2$ (miles)

S. a.

$$10X_1 + 5X_2 \leq 600$$
$$6X_1 + 20X_2 \leq 600$$
$$8X_1 + 15X_2 \leq 600$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

$$Z - 2X_1 - 3X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0$$
$$10X_1 + 5X_2 + S_1 = 600$$
$$6X_1 + 20X_2 + S_2 = 600$$
$$8X_1 + 15X_2 + S_3 = 600$$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_j	
Z	1	-2	-3	0	0	0	0	
S_1	0	10	5	1	0	0	600	$600 \div 5 = 120$
S_2	0	6	20	0	1	0	600	$600 \div 20 = 30$
S_3	0	8	15	0	0	1	600	$600 \div 15 = 40$

Entra X_2 Sale S_2. $F_3 = F_3 \div 20$ $F_1 = F_1 + 3F_3$ $F_2 = F_2 - 5F_3$
$F_4 = F_4 - 15F_3$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_j	
Z	1	$-11/10$	0	0	$3/20$	0	90	
S_1	0	$17/2$	0	1	$-1/4$	0	450	$450 \div 17/2 = 52,94$
X_2	0	$3/10$	1	0	$1/20$	0	30	$30 \div 3/10 = 100$
S_3	0	$7/2$	0	0	$-3/4$	1	150	$150 \div 7/2 = 42.85$

Entra X_1 sale S_3 $F_4 = F_4 / 7/2$ $F_1 = F_1 + \frac{11}{10}F_4$ $F_2 = F_2 - \frac{17}{2}F_4$
$F_3 = F_3 - \frac{3}{10}F_4$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_j	
Z	1	0	0	0	$-3/35$	$11/35$	$960/7$	
S_1	0	0	0	1	$11/7$	$-17/7$	$600/7$	$600/7 \div 11/7 = 54,54$
X_2	0	0	1	0	$4/35$	$-3/35$	$120/7$	$120/7 \div 4/35 = 150$
X_1	0	1	0	0	$-3/14$	$2/7$	$300/7$	

Entra S_2 Sale S_1 $F_2 = F_2 / 11/7$ $F_1 = F_1 + \frac{3}{35}F_2$ $F_3 = F_3 - \frac{4}{35}F_2$
$F_4 = F_4 + \frac{3}{14}F_2$

VB	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	b_i
Z	1	0	0	$3/55$	0	$2/11$	$1560/11$
S_2	0	0	0	$7/11$	1	$-17/11$	$600/11$
X_2	0	0	1	$-4/55$	0	$1/11$	$120/11$
X_1	0	1	0	$3/22$	0	$-1/22$	$600/11$

Tablero óptimo.

Solución

Primal $x_1 = \frac{600}{11}$ $x_2 = \frac{120}{11}$ $Z = 1560/_{11}$ miles

$s_1 = 0$ $s_2 = \frac{600}{11}$ $s_3 = 0$.

Se deben producir $\frac{600}{11}$ unidades de producto 1

$\frac{120}{11}$ unidades de producto 2

$s_1 = 0$ $s_3 = 0$ los procesos 1 y 3 fueron copados en tiempo.

$s_2 = \frac{600}{11}$ Se disponen de $\frac{600}{11}$ minutos en el proceso 2.

Duales $y_1 = \frac{3}{55}$ $y_2 = 0$ $y_3 = \frac{2}{11}$

Si se aumenta 1 min en el proceso 1, la F.O aumentará en $\frac{3}{55}$

Si se aumenta 1 min en el proceso 3, la F.O. aumentará en $\frac{2}{11}$

Si se aumenta 1 min en el proceso 2, no afecta la F.O.

b) $s_1 = 0$ Tiempo de proceso 1 escazo

$s_2 = \frac{600}{11}$ Tiempo de proceso 2 abundante

$s_3 = 0$ Tiempo de proceso 3 escazo.

$\frac{600}{11} = 54{,}5$ min. como 1 hora = 60 minutos, la disminución obliga a hacer análisis de sensibilidad

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 7/11 & 1 & -17/11 \\ -4/55 & 0 & 1/11 \\ 3/22 & 0 & -1/22 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 600 \\ 540 \\ 600 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} \cdot b = \begin{bmatrix} -60/11 \\ 120/11 \\ 600/11 \end{bmatrix}$$

como se aprecia, se tiene un valor negativo

No se puede reducir 1 hora el tiempo del proceso 2. Cambia el punto óptimo.

c) $y^* = [0, \overset{c_2}{3}, \overset{c_1}{2}]$ inicial

Cambio de utilidad para producto 1: $2 \rightarrow 2+d$

$$y^* = [0, 3, 2+d] \cdot \begin{bmatrix} 7/11 & 1 & -17/11 \\ -4/55 & 0 & 1/11 \\ 3/22 & 0 & -1/22 \end{bmatrix} = \left[\frac{3}{55} + \frac{3d}{22}, 0, \frac{2}{11} - \frac{d}{22}\right]$$

$\frac{3}{55} + \frac{3d}{22} > 0 \qquad d > -\frac{2}{5}$

$\frac{2}{11} - \frac{d}{22} > 0 \qquad d \leq 4$

Rango de cambio de utilidad de producto 1

$[-0.4, 4]$ miles.

Cambio de utilidad para producto 2: $3 \rightarrow 3+d$.

$$y^* = [0, 3+d, 2] \cdot \begin{bmatrix} 7/11 & 1 & -17/11 \\ -4/55 & 0 & 1/11 \\ 3/22 & 0 & -1/22 \end{bmatrix} = \left[\frac{3}{55} - \frac{4}{55}d, 0, \frac{2}{11} + \frac{d}{11}\right]$$

$\frac{3}{55} - \frac{4}{55}d \geq 0 \qquad d \leq \frac{3}{4}$

$\frac{2}{11} + \frac{d}{11} \geq 0 \qquad d \geq -2$

Rango de cambio de utilidad de producto 2.

$[-2, 0.75]$ miles

d) Si aumenta es \$500 está en el rango establecido para c_2

$[-2000, 750]$

Puede aumentar esa utilidad y no se ve afectado el punto óptimo.

La utilidad total será

$$2000\left(\frac{600}{11}\right) + 3500\left(\frac{120}{11}\right) = 147272{,}72$$