

Disponible a un clic de distancia y sin publicidad

**Sí este material te es útil,
ayúdanos a mantenerlo online**



Que no se apague



Suscríbete

Comparte



Comenta

**Este material está en línea porque creo que a alguien le puede ayudar.
Lo desarrollo y sostengo con recursos propios.
Ayúdame a continuar en mi locura de compartir el conocimiento.**

1. Resolver el siguiente problema por el sistema dual simplex

$$\text{Max } Z = 0,50X_1 + 0,40X_2$$

Sujeto a

$$2X_1 + X_2 \leq 120$$

$$2X_1 + 3X_2 \leq 240$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

El modelo estándar es:

$$Z - 0,5X_1 - 0,40X_2 + 0S_1 + 0S_2 = 0$$

$$2X_1 + X_2 + S_1 = 120$$

$$2X_1 + 3X_2 + S_2 = 240$$

Como la función objetivo se debe maximizar no se multiplica por (-1). Además como las restricciones son menor o igual entonces nos quedan de la misma forma. Ya podemos desarrollar el tablero simplex

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	b _i
Z	1	-0,5	-0,4	0	0	0
S ₁	0	2	1	1	0	120
S ₂	0	2	3	0	1	240

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	b _i
Z	1	0	-3/20	1/4	0	30
X ₁	0	1	1/2	1/2	0	60
S ₂	0	0	2	-1	1	120

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	b _i
Z	1	0	0	7/40	3/40	39
X ₁	0	1	0	3/4	-1/4	30
X ₂	0	0	1	-1/2	1/2	60

El tablero es óptimo por tanto

$$X_1 = 30, X_2 = 60, S_1 = 0, S_2 = 0, Z = 39$$

2. Una Fábrica de automóviles, produce dos tipos de auto por pedido, lujo y corriente, usando hierro, acero de alta calidad y plástico de alta resistencia, en unidades cuadradas con el mismo espesor, a saber para el auto de lujo se necesitan 1000 unidades cuadradas de hierro, 400 de acero y 1500 de plástico, para un automóvil corriente se requieren 1000 unidades de hierro, 1600 de Acero y 2000 de plástico. Los automóviles de lujo producen por su venta una ganancia de \$12000, los tipo corriente \$9000. En la actualidad, la empresa dispone de 200000 unidades de hierro, 128000 de Acero y 220000 de Plástico. Han recibido pedidos para dos tipos de autos, y les gustaría producir la cantidad de automóviles de cada tipo que maximicen la utilidad. ¿Cuántos automóviles de cada tipo se deben producir?

Asumimos que

X₁ es el número de autos de tipo de lujo

X₂ es el número de autos de tipo corriente

Función Objetivo: Maximizar utilidades $Z = 12000X_1 + 9000X_2$

Sujeto a

- $1000X_1 + 1000X_2 \leq 200000$ Restricción para el hierro
- $400X_1 + 1600X_2 \leq 128000$ Restricción para el acero
- $1500X_1 + 2000X_2 \leq 220000$ Restricción para el plástico
- $X_1, X_2 \geq 0$

Modelo estándar

$$Z - 12000X_1 - 9000X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0$$

$$1000X_1 + 1000X_2 + S_1 = 200000$$

$$400X_1 + 1600X_2 + S_2 = 128000$$

$$1500X_1 + 2000X_2 + S_3 = 220000$$

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	b _i
Z	1	-12000	-9000	0	0	0	0
S ₁	0	1000	1000	1	0	0	200000
S ₂	0	400	1600	0	1	0	128000
S ₃	0	1500	2000	0	0	1	220000

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	b _i
Z	1	0	7000	0	0	8	1760000
S ₁	0	0	-1000/3	1	0	-2/3	160000/3
S ₂	0	0	3200/3	0	1	-4/15	208000/3
X ₁	0	1	4/3	0	0	1/1500	440/3

El tablero es óptimo por tanto la solución es:

$$X_1 = 440/3, X_2 = 0, S_1 = 160000/3, S_2 = 208000/3, S_3 = 0, Z = 1760000$$

3. Una fábrica de muebles construye mesas y sillas, en diversos estilos. Cada mesa, independientemente de su estilo, se vende a \$4 y cada silla a \$3. Las restricciones de tiempo a la semana en la actualidad para estos productos están dados por $2X_1 + X_2 \leq 30$ y $X_1 + 2X_2 \leq 24$ y la empresa decide cambiar el tiempo disponible para estos productos a 35 horas y 30 horas, respectivamente, ¿Cuál sería el efecto de este cambio? ¿Cuál la maximización de las utilidades?

Función Objetivo: Maximizar utilidades $Z = 4X_1 + 3X_2$

Sujeto a

$$2X_1 + X_2 \leq 30$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 24$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo estándar

$$Z - 4X_1 - 3X_2 + 0S_1 + 0S_2 = 0$$

$$2X_1 + X_2 + S_1 = 30$$

$$X_1 + 2X_2 + S_2 = 24$$

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	b _i
Z	1	-4	-3	0	0	0
S ₁	0	2	1	1	0	30
S ₂	0	1	2	0	1	24

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	b _i
Z	1	0	-1	2	0	60
X ₁	0	1	½	½	0	15
S ₂	0	0	3/2	-1/2	1	9

	z	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	b _i
Z	1	0	0	5/3	2/3	66
X ₁	0	1	0	2/3	-1/3	12
X ₂	0	0	1	-1/3	2/3	6

El tablero ya es óptimo. Por tanto, la solución es:

$$X_1 = 12, X_2 = 6, S_1 = 0, S_2 = 0, Z = 66$$

Si las restricciones cambian a 35 y 30, el modelo queda

Función Objetivo: Maximizar utilidades $Z = 4X_1 + 3X_2$

Sujeto a

$$2X_1 + X_2 \leq 35$$

$$X_1 + 2X_2 \leq 30$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

La matriz inversa óptima es:

$$\begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & -1/3 \\ -1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 35 \\ 30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 40/3 \\ 25/3 \end{pmatrix}$$

El nuevo valor de la función objetivo es:

$$Z = 4 \cdot 40/3 + 3 \cdot 25/3 = 235/3 = 78.33$$

4. Una cadena de tres almacenes en el país, los cuales usan pocillos porcelanizados. Se ha invitado a tres proveedores para compartir por la concesión de surtir estos productos. Sus propuestas son:

Proveedor	Precio	Capacidad anual
A	\$90	30000
B	\$100	75000
C	\$110	135000

El costo de transporte por unidad está dado por

De	No 1	No 2	No 3
A	\$80	\$10	\$30
B	\$50	\$20	\$50
C	\$20	\$40	\$20

Las necesidades de pocillos para los restaurantes son de 30000, 60000 y 15000 respectivamente. ¿Cuántos pocillos deben comprarse de cada proveedor para cada restaurante?

La matriz de costos es:

	No-1	No-2	No-3	Ficticio	OFERTA
A	80	10	30	0	30000
B	50	20	50	0	75000
C	20	40	20	0	135000
DEMANDA	30000	60000	15000	135000	240000

En este ejercicio cada proveedor tiene un precio de compra.

Por tanto el modelo es el siguiente

Si la variable X_{ij} es lo que sale del proveedor i (A,B,C) a los restaurantes j (1,2,3)

Minimizar

$$Z = 90(X_{11} + X_{12} + X_{13}) + 100(X_{21} + X_{22} + X_{23}) + 110(X_{31} + X_{32} + X_{33}) + (80X_{11} + 10X_{12} + 30X_{13}) + (50X_{21} + 20X_{22} + 50X_{23}) + (20X_{31} + 40X_{32} + 20X_{33})$$

Sujeto a

Oferta

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 30000$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 75000$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} \leq 135000$$

Demanda

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 30000$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 60000$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 15000$$

Con $X_{ij} \geq 0$, para $i=1,2,3$ $j=1,2,3$

Solucionando el modelo a través de SOLVER se tiene

$$X_{11} = 0, X_{12} = 30000, X_{13} = 0, X_{21} = 0, X_{22} = 30000, X_{23} = 0, X_{31} = 30000, X_{32} = 0, X_{33} = 15000$$

Con un costo de 12'450.000

5. Una empresa industrial tiene tres plantas de distribución, cuyo producto debe distribuirse a 4 almacenes. Las plantas 1, 2 y 3 producen 12, 17 y 11 pedidos por mes. Cada centro de distribución necesita recibir 12 pedidos por mes. El costo del flete de cada pedido es \$200 más \$1 por Km. ¿Cuánto se debería despachar a cada almacén para minimizar el costo del envío?

Minimizar

$$Z = (1000X_{11} + 1500X_{12} + 600X_{13} + 600X_{14}) + (1300X_{21} + 1600X_{22} + 800X_{23} + 1200X_{24}) + (800X_{31} + 1400X_{32} + 201X_{33} + 201X_{34})$$

Sujeto a

Oferta

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 12$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 17$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 11$$

Demanda

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 12$$

$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 12$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 12$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 12$$

Con $X_{ij} \geq 0$, para $i=1,2,3 \quad j=1,2,3,4$

Para solucionarlo se utiliza WINQSB y se encuentra que:

10-28-2013	From	To	Shipment	Unit Cost	Total Cost	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	11	1000	11000	0
2	Source 1	Destination 4	1	600	600	0
3	Source 2	Destination 1	1	1300	1300	0
4	Source 2	Destination 2	4	1600	6400	0
5	Source 2	Destination 3	12	800	9600	0
6	Source 3	Destination 4	11	201	2211	0
7	Unfilled_Demand	Destination 2	8	0	0	0
	Total	Objective	Function	Value =	31111	

Es decir,

$$X_{11} = 11, X_{12} = 0, X_{13} = 0, X_{14} = 0, X_{21} = 1, X_{22} = 4, X_{23} = 12, X_{24} = 0, X_{31} = 0, X_{32} = 0, X_{33} = 0, X_{34} = 11$$

$$Z = 31111$$

6. Una microempresa tiene 3 máquinas A, B y C y 3 operarios. El administrador de la empresa desea que los operarios trabajen en las tres máquinas, minimizando el tiempo total de trabajo. Cada operario debe ser asignado a una máquina y cada máquina debe ser ocupada por un operario. La siguiente tabla nos presenta la distribución de la información acerca del número de horas que pueden trabajar los operarios en una de las máquinas

	Horas Máquina		
Operario	A	B	C
1	10	5	8
2	14	6	8
3	12	4	10

Utilizando el método húngaro se tiene

	A	B	C	Pi
1	10	5	8	5
2	14	6	8	6
3	12	4	10	4

	A	B	C
1	5	0	3
2	8	0	2
3	8	0	6
Qi	5	0	2

	A	B	C
1	0	0	1
2	3	0	0
3	3	0	4

	A	B	C
1	0	0	0
2	4	1	0
3	3	0	3

Por tanto la asignación queda de la siguiente manera

Operario 1: Máquina A.

Operario 2: Máquina C

Operario 3: Máquina B

Costo: $Z = 10 + 8 + 4 = 22$

7. Una agencia de publicidad trata cuál de entre 4 ejecutivos de contabilidad Jaime, Lucía, Javier, Sonia debe asignarse a cada uno de los clientes mayores. Use el método conveniente para encontrar la solución óptima, a continuación se presentan los costos estimados de la asignación de cada ejecutivo

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia
A	15	19	20	18
B	14	15	17	14
C	11	15	15	14
D	21	24	26	24

Usando el método húngaro

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia	Pi
A	15	19	20	18	15
B	14	15	17	14	14
C	11	15	15	14	11
D	21	24	26	24	21

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia
A	0	4	5	3
B	0	1	3	0
C	0	4	4	3
D	0	3	5	3
Qi	0	1	3	0

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia
A	0	3	2	3
B	0	0	0	0
C	0	3	1	3
D	0	2	2	3
Qi				

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia
A	0	2	1	2
B	1	0	0	0
C	0	2	0	2
D	0	1	1	2
Qi				

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia
A	0	1	1	1
B	2	0	1	0
C	0	1	0	1
D	0	0	1	1

	Jaime	Lucía	Javier	Sonia
A	15	19	20	18
B	14	15	17	14
C	11	15	15	14
D	21	24	26	24

La asignación queda

A: Jaime, B: Sonia, C: Javier, D: Lucía.

Costo: $Z = 15 + 14 + 15 + 24 = 68$

8. Un corredor de bienes raíces planea la venta de cuatro lotes de terreno y ha recibido ofertas individuales de cuatro clientes. Debido a la cantidad de capital que se requiere, estas ofertas se han hecho en el entendimiento de que ninguno de los cuatro clientes comprará más de un lote, las ofertas se muestran en el cuadro siguiente, el corredor de bienes raíces quiere maximizar su ingreso total a partir de esas ofertas. Resolver el problema mediante el método húngaro. Establezca el valor de la función objetivo.

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	16	15	25	19
B	19	17	24	15
C	15	15	18	10
D	19	0	15	17

Utilizando el método húngaro para maximizar

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra	Pi
A	-16	-15	-25	-19	-25
B	-19	-17	-24	-15	-24
C	-15	-15	-18	-10	-18
D	-19	0	-15	-17	-19

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	9	10	0	6
B	5	7	0	9
C	3	3	0	8
D	0	19	4	2

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	9	10	0	6
B	5	7	0	9
C	3	3	0	8
D	0	19	4	2
Qi	0	3	0	2

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	9	7	0	4
B	5	4	0	7
C	3	0	0	6
D	0	16	4	0

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	5	3	0	0
B	1	0	0	3
C	3	0	4	6
D	0	16	4	0

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	5	3	0	0
B	1	0	0	3
C	3	0	4	6
D	0	16	4	0

Por tanto la asignación es:

Lote A: Sandra, Lote B: Walter, Lote C: Teodoro, Lote D: Julia.

	Julia	Teodoro	Walter	Sandra
A	16	15	25	19
B	19	17	24	15
C	15	15	18	10
D	19	0	15	17

$$Z = 19 + 15 + 24 + 19 = 77$$

9. Cuatro expendedores de gasolina A, B, C, D requieren 50.000; 40.000; 60.000; 40.000 galones de gasolina respectivamente. Es posible satisfacer estas demandas a partir de las localidades 1,2,3 que disponen de 80.000; 100.000; 50.000 galones respectivamente. Los costos de despachar 1000 galones de gasolina son

La matriz de costos es:

	A	B	C	D	OFERTA
1	70	60	60	60	80
2	50	80	60	70	100
3	80	50	80	60	50
DEMANDA	50	40	60	40	230

Minimizar

$$Z = (70X_{11} + 60X_{12} + 60X_{13} + 60X_{14}) + (50X_{21} + 80X_{22} + 60X_{23} + 70X_{24}) + (80X_{31} + 50X_{32} + 80X_{33} + 60X_{34})$$

Sujeto a

Oferta

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} \leq 80$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} + X_{24} \leq 100$$

$$X_{31} + X_{32} + X_{33} + X_{34} \leq 50$$

Demanda

$$X_{11} + X_{21} + X_{31} \geq 50$$

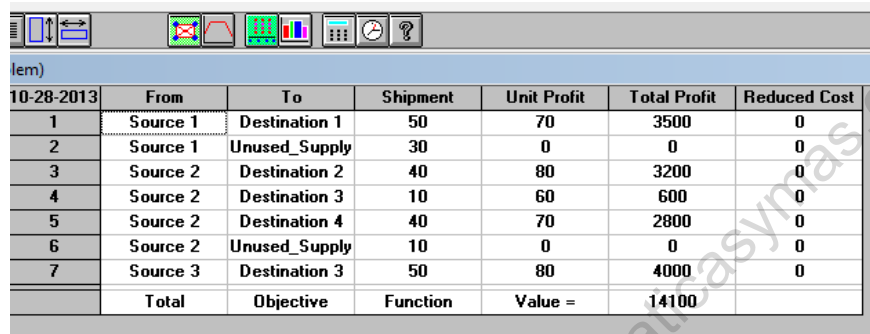
$$X_{12} + X_{22} + X_{32} \geq 40$$

$$X_{13} + X_{23} + X_{33} \geq 60$$

$$X_{14} + X_{24} + X_{34} \geq 40$$

Con $X_{ij} \geq 0$, para $i=1,2,3$ $j=1,2,3,4$

Para solucionarlo se utiliza WINQSB y se encuentra que:



10-28-2013	From	To	Shipment	Unit Profit	Total Profit	Reduced Cost
1	Source 1	Destination 1	50	70	3500	0
2	Source 1	Unused_Supply	30	0	0	0
3	Source 2	Destination 2	40	80	3200	0
4	Source 2	Destination 3	10	60	600	0
5	Source 2	Destination 4	40	70	2800	0
6	Source 2	Unused_Supply	10	0	0	0
7	Source 3	Destination 3	50	80	4000	0
	Total	Objective	Function	Value =	14100	

Es decir,

$$X_{11}=50, X_{12}=0, X_{13}=0, X_{14}=0, X_{21}=0, X_{22}=40, X_{23}=10, X_{24}=40, X_{31}=0, X_{32}=0, X_{33}=0, X_{34}=0$$

$$Z = 14100$$

10. Una fábrica produce dos modelos de un producto, cada modelo se ensambla con dos tipos de piezas A y B. El modelo 1 requiere 20 piezas de A y 45 de B; el producto 2 requiere 25 piezas de A y 70 piezas de B; la fábrica recibe de sus proveedores 1675 piezas de A y 4250 de piezas de B a la semana. Las unidades a producir en la semana si el precio de venta de A es de 10000 y de B 15000 si su costo de producción es de A=4500 y de B= 12000. Cuántas unidades debe fabricar de cada uno para maximizar sus beneficios y cuál sería su problema Dual.

X_1 es el número de modelo 1

X_2 es el número de modelo 2

Función Objetivo: Maximizar utilidades

$$Z = (10000 - 4500)X_1 + (15000 - 12000)X_2$$

$$Z = 5500X_1 + 3000X_2$$

Sujeto a

$$20X_1 + 25X_2 \leq 1675 \quad \text{Restricción piezas de A}$$

$$45X_1 + 70X_2 \leq 4250 \quad \text{Restricción piezas de B}$$

$$X_1, X_2 \geq 0$$

Modelo estándar

$$Z - 5500X_1 - 5000X_2 + 0S_1 + 0S_2 + 0S_3 = 0$$

$$20X_1 + 25X_2 + S_1 = 1675$$

$$45X_1 + 70X_2 + S_2 = 4250$$

	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	b_i
Z	1	-5500	-5000	0	0	0
S_1	0	20	25	1	0	1675
S_2	0	45	70	0	1	4250

	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	b_i
Z	1	0	1875	275	0	460625
X_1	0	1	5/4	1/20	0	335/4
S_2	0	0	55/4	-9/4	1	1925/4

El tablero es óptimo.

$$X_1 = 335/4, \quad X_2 = 0, \quad S_1 = 0, \quad S_2 = 1925/4, \quad Z = 460625$$

www.klasesdematematicasymas.com