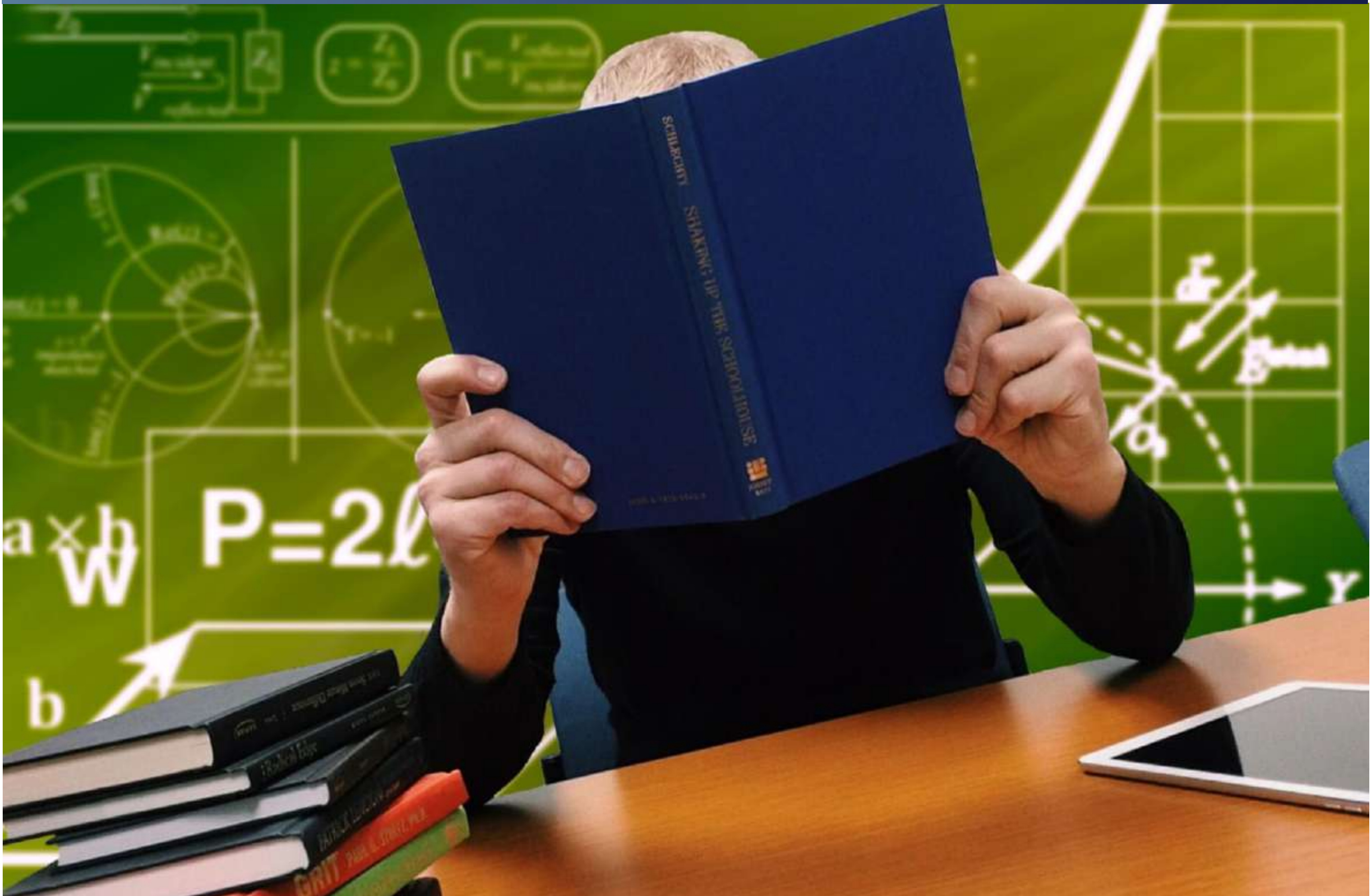
Ejercicios y Talleres



puedes enviarlos a
klasesdematematicasymas@gmail.com

TALLER No. 2

1. En un canal fluye agua con una profundidad de 0,009 m bajo condiciones de flujo uniforme. Supóngase que el flujo presenta un numero de Reynolds de 500. ¿cuál es la mayar pendiente sobre la que se puede mantener flujo laminar? Considérese un fluido con viscosidad cinemática $1,0*10^{-6}$ m^2/s.

2. Que profundidad ocurrirá en un flujo de agua (viscosidad $1,0*10^{-6}$ m^2/s) de 0,28 litros por segundo por metro en un canal abierto ancho con pendiente longitudinal de 0,00015?. Hágase la hipótesis de flujo laminar y confírmese tal condición.

3. Se tiene un canal trapezoidal con un ancho b igual a su ultimo digito de su código (si es cero asuma 5 m), talud 1:2 y una profundidad del agua de 2 m. Calcúlese la velocidad media del flujo y magnitud del caudal. a) utilizando la ecuación de Ganguillet, b) utilizando la metodología de Pavlowski, c) aplicando la ecuación de Manning. Considérese n=0,022 y So=0,005.

4. Se tiene un canal trapezoidal con un ancho b igual a su ultimo digito de su código (sies cero asuma 5 m), talud 1:1 y una profundidad del agua de 2 m, en la plantilla del canal hay arena con rugosidad 0,02 y en los taludes están revestidos en concreto con una rugosidad de 0,014. Determinar el coeficiente de resistencia equivalente de la ecuación de Manning y el caudal que circula por el canal. Considere que la pendiente longitudinal del canal es 0,001.

5. Por un canal rectangular con un ancho b igual a su ultimo digito de su código (si es cero asuma 5 m) y pendiente longitudinal de 0,001 debe circular un flujo uniforme con Froude de 0,5. Que profundidad pueden satisfacer las condiciones del flujo uniforme si n=0,015.

6. Un canal con sección transversal en forma de trapecio revestido en concreto (n=0,014), debe conducir un caudal de 25 m3/s bajo una pendiente longitudinal de 0,0004. Que dimensiones tendrá la sección si al diseñarla se tiene en cuenta los criterios:
   a) minimizar el perímetro mojado considerando el talud optimo.
   b) Minimizar el perímetro mojado para cualquier talud.
   c) Sin optimizar la sección pero considerando m=1,0 y m=1,5, respectivamente.

7. Un canal trapezoidal tiene un ancho b igual a su ultimo digito de su código (si es cero asuma 5 m), talud 1:2 y rugosidad *n* = 0,025, determinar la pendiente normal para una profundidad normal de 1,02 m, cuando el caudal vale 11,00 m^3/s.

1) $y = 0.009$ Flujo uniforme.

$Re = 500 \rightarrow$ Flujo laminar

$S = ?$ si el flujo es laminar.

El flujo laminar es para $Re \leq 500$
Por tanto en $Re = 500$ estamos en el límite.

$\nu = 1 \times 10^{-6}\ m^2/s$.

Suponemos un canal ancho

Radio hidráulico $R = \frac{A}{P}$ $R = \frac{b \cdot y}{b + 2y}$ Para canal de sección rectangular.

Si $b =$ muy grande $R = y = 0.009\ m$

Número de Reynolds $Re = \frac{VR}{\nu}$

$V = \frac{Re \cdot \nu}{R}$ $V = \frac{500 * 1 \times 10^{-6}\ m^2/s}{0.009\ m}$

$V = 0{,}0555\ m/s$ Velocidad

Por la ecuación de Chezy $V = C\ R^{1/2} S^{1/2}$

la fórmula de Darcy - Weisbach $C = \sqrt{\frac{8 * g}{f}}$

Para el flujo laminar $f = \frac{24}{Re} = \frac{24}{500} = 0{,}048$

$C = \sqrt{\frac{8 * 9.8}{0{,}048}} = 40{,}4145$

$V^2 = C^2 \cdot R \cdot S$ $S = \frac{V^2}{C^2 \cdot R}$ $S = \frac{0{,}0555^2}{40{,}41^2 * 0{,}009}$

$S = 2{,}09 * 10^{-4}$ Pendiente máxima

$S = 0{,}000209$

2) $\nu = 1.0 \times 10^{-6}\ m^2/s$ $Q = 0{,}28\ \frac{litros}{seg.}$ por metro.

$S = 0{,}00015$

$y = ?$ $Q = 0{,}28\ \frac{litros}{s} \times \frac{1\ m^3}{1000\ litros} = 0{,}00028\ m^3/s.$ por metro

$\frac{Q}{b} = 0{,}00028\ \frac{m^3}{s \cdot m}.$

Flujo laminar

$V = Q/A$ $V = Q/b.y$

$$V = \frac{0{,}00028\ \frac{m^2}{s}}{y} \qquad V = \frac{0{,}00028}{y}$$

$V = C\sqrt{R \cdot S}$

$C = \sqrt{\frac{8 \cdot g}{f}}$ si el flujo es laminar $Re \leq 500$

Tomamos $Re = 500$.

$$f = \frac{24}{Re} = \frac{24}{500} = 0{,}048 \qquad C = \sqrt{\frac{8 \times 9.8}{0.048}} = 40{,}4145$$

$$40{,}4145\sqrt{y \cdot 0.00015} = \frac{0{,}00028}{y}.$$

en canales anchos $R \cong y$.

$$0{,}4949\ y^{1/2} = \frac{0.00028}{y} \qquad y^{3/2} = \frac{0.00028}{0{,}4949}$$

$$y^{3/2} = 5{,}65 \times 10^{-4} \qquad y = 0{,}00684\ m.$$

3) $b = 9m$ $\quad m = 0.5$ $\quad y = 2m$ $\quad n = 0.0222$ $\quad S = 0{,}005$

Para canal trapezoidal

$A = (b+my)y \qquad A = (9+2\cdot 0.5)\cdot 2 \qquad A = 20\ m^2$

$$R = \frac{(b+my)y}{b+2y\sqrt{1+m^2}} \qquad R = \frac{(9+0.5*2)\cdot 2}{9+2\cdot 2\sqrt{1+0.5^2}} = 1{,}4845$$

$V = C\,R^{1/2}\cdot S_0^{1/2}$ Ecuación de Chezy

$V = C\cdot\sqrt{1{,}4845 * 0{,}005} \qquad V = 0{,}08615\,C$

a) Ecuación de Gouguillet.

$$C = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{S_0}}{1 + \left[23 + \frac{0.00155}{S_0}\right]\frac{n}{\sqrt{R}}} = \frac{23 + \frac{1}{0.022} + \frac{0{,}00155}{0005}}{1 + \left[23 + \frac{0{,}00155}{0005}\right] * \frac{0{,}022}{\sqrt{1{,}4845}}} = \frac{68{,}76}{1{,}42089}$$

$C = 48{,}39$

$V = 0{,}08615 * 48{,}39 = 4{,}16\ m/s$

$Q = V.A = 4{,}16\ m/s \cdot 20\ m^2 = 83{,}38\ m^3/s$

b) Pavlovski $\quad C = \frac{R_h^{z}}{n}$ $\quad$ Como $R_h > 1$ $\quad z = 1{,}3\sqrt{n}$

$z = 1{,}3\sqrt{0{,}022} = 0{,}1928$

$$C = \frac{1{,}4845^{0{,}1928}}{0{,}022} = 49{,}05$$

$V = 0{,}08615 * 49{,}05 = 4{,}22\ m/s$

$Q = V\cdot A = 4.22 * 20 = 84{,}51\ m^3/s.$

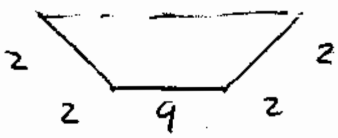
c) Manning $\quad C = \frac{R_h^{1/6}}{n} \Rightarrow C = \frac{1{,}4845^{1/6}}{0{,}022} = 48{,}54$

$V = 0{,}08615 * 48{,}54 = 4{,}18\ m/s$

$Q = V\cdot A = 4.18\ m/s \cdot 20\ m^2 = 83{,}64\ m^3/s.$

4) $b=9 \quad m=1 \quad y=2 \quad S=0{,}001$

Sección de canal con rugosidad compuesta.



$P_1 = 9 \quad n_1 = 0.02$

$P_2 = 2\cdot\sqrt{2^2+2^2} = 5{,}6568 \quad n_2 = 0{,}014$

$$n = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} P_i\, n_i^{1.5}}{P}\right]^{2/3} \qquad n = \left(\frac{9 * 0.02^{1.5} + 5{,}6568 * 0.014^{1.5}}{9 + 5{,}6568}\right)^{2/3} = 0{,}0178$$

Coeficiente de Maning $\quad C = \dfrac{R_h^{1/6}}{n}$.

$$R_h = \frac{(b+my)y}{b+2y\sqrt{1+m^2}} = \frac{(9+1*2)*2}{9+2\cdot 2\sqrt{1+1^2}} = \frac{22}{14{,}6568} = 1{,}50$$

$$C = \frac{1{,}50^{1/6}}{0{,}0178} = 60{,}1142.$$

$$V = C\cdot\sqrt{R\cdot S} \qquad V = 60{,}1142\sqrt{1{,}50 * 0{,}001} = 2{,}3282\ m/s$$

$$Q = V\cdot A \qquad Q = 2{,}32 * (9+1*2)*2 = 51{,}22\ m^3/s.$$

5) $b=9 \quad S_o = 0{,}001 \quad NF = 0.5 \quad n = 0{,}015$

$NF = \dfrac{V}{\sqrt{gD}}$ En un canal rectangular $D = y$.

$$NF = \frac{V}{\sqrt{g\,y}} \qquad V = C\cdot\sqrt{R_h\cdot S}$$

$$R_h = \frac{b\cdot y}{b+2y} = \frac{9y}{9+2y} \qquad V = C\cdot\sqrt{\frac{9y}{9+2y}\cdot S}$$

Con Manning $\quad C = \dfrac{R_h^{1/6}}{n} = \dfrac{1}{0{,}015} * \left(\dfrac{9y}{9+2y}\right)^{1/6}$

$$V = \frac{1}{0{,}015} * \left(\frac{9y}{9+2y}\right)^{1/6}\left(\frac{9y}{9+2y}\right)^{1/2} * \sqrt{0{,}001}$$

$$V = 2{,}108185 * \left(\frac{9y}{9+2y}\right)^{2/3}$$

Con el $NF = 0.5$

$$0.5 = \frac{V}{\sqrt{9.8 * y}} \qquad V = 1{,}5652\sqrt{y}$$

Igualando $\quad 1{,}5652 \cdot y^{1/2} = 2{,}108185 * \left(\frac{9y}{9+2y}\right)^{2/3}$

Despejando $\quad y_1 = 0{,}1992\ m \qquad V_1 = 0{,}6986\ m/s$

$y_2 = 6{,}90\ m \qquad V_2 = 4{,}1116\ m/s$ { Se usan herramientas de computo.

6) $Q = 25\ m^3/s. \quad S_0 = 0{,}0004 \quad n = 0.014$

Forma trapezoidal

a) Minimizar el perimetro mojado.

$$V = \frac{R^{1/6}}{n} \cdot R^{1/2} \cdot S_0^{1/2} \qquad V = \frac{1}{n} R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$$Q = V.A \qquad Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} \cdot S^{1/2} \qquad \frac{nQ}{S^{1/2}} = A \cdot R^{2/3}$$

$$n \cdot Q \cdot S^{-1/2} = A \cdot R^{2/3} \qquad 0.014 * 25 * 0.0004^{-1/2} = A \cdot R^{2/3}.$$

$$A \cdot R^{2/3} = 17.5$$

La sección hidráulica trapezoidal es (medio hexágono) $\quad A = \sqrt{3}\, y^2 \quad P = 2\sqrt{3}\, y$

$$R = \frac{1}{2} y$$

$$m = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

$$\sqrt{3} \cdot y^2 \cdot \left(\frac{1}{2} y\right)^{2/3} = 17.5 \qquad y^2 \cdot y^{2/3} = \frac{17.5 * 2^{2/3}}{\sqrt{3}}$$

$$y^{8/3} = 16{,}0385 \qquad y = (16{,}0385)^{3/8} \qquad y = 2{,}8309\ m.$$

$$b = \frac{2y}{\sqrt{3}} \qquad b = \frac{2 * 2{,}8309}{\sqrt{3}} = 3{,}2689\ m.$$

Dimensiones $\quad b = 3{,}2689\ m \qquad m = \frac{\sqrt{3}}{3}. \qquad$ talud: $\frac{\sqrt{3}}{3} : 1$

b) Para cualquier talud.

$$A = (b + my)y \qquad P = b + 2\sqrt{1+m^2}\cdot y$$

Asumiendo A y m como constantes.

$$\frac{dP}{dy} = 2(\sqrt{1+m^2} - m) - \frac{b}{y} \qquad \text{(Segun Ven Te Chow)}$$

Perimetro minimo $\frac{dP}{dy} = 0$

$$b = 2y(\sqrt{1+m^2} - m)$$

$$A = (b + my)y \qquad A = [2y(\sqrt{1+m^2} - m) + my]y.$$

$$A = [2(\sqrt{1+m^2} - m) + m]y^2.$$

$$P = 2y(\sqrt{1+m^2} - m) + 2\sqrt{1+m^2}\cdot y.$$

$$P = 4y\sqrt{1+m^2} - 2my = 2y[2\sqrt{1+m^2} - m]$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{[2(\sqrt{1+m^2} - m) + m]y^2}{2\cancel{y}[2\sqrt{1+m^2} - m]}$$

$$R = \frac{\cancel{2\sqrt{1+m^2} - m}}{2[\cancel{2\sqrt{1+m^2} - m}]} \qquad R = \frac{1}{2}$$

$$A \cdot R^{2/3} = 17.5 \qquad (2(\sqrt{1+m^2} - m) + m)y^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3} = 17.5$$

$$y^2 = \frac{27.78}{2(\sqrt{1+m^2} - m)} \qquad y = \left(\frac{27.78}{2(\sqrt{1+m^2} - m)}\right)^{1/2}.$$

Dimensiones:

Canal con $b = 2y(\sqrt{1+m^2} - m)$

talud $= m : 1$.

Profundidad $y = \left(\frac{27.78}{2(\sqrt{1+m^2} - m)}\right)^{1/2}$.

c) $m=1{,}0 \quad Q=25\ \frac{m^3}{s} \quad S_0=0{,}0004 \quad n=0{,}014$

$$A=(b+y)\,y \qquad P=b+2\sqrt{2}\cdot y$$

$$R=\frac{A}{P} \qquad R=\frac{(b+y)\,y}{b+2\sqrt{2}\,y}$$

Se debe cumplir

$$A\cdot R^{2/3}=17.5$$

$$(b+y)\,y\cdot\left(\frac{(b+y)\,y}{b+2\sqrt{2}\,y}\right)^{2/3}=17.5$$

Aquí se pueden tener varios valores

Si $b=3.0 \quad m=1.0 \quad y=2{,}54\ m. \quad V=1{,}38\ m/s$
Si $b=5.0 \quad m=1.0 \quad y=2{,}04\ m. \quad V=1{,}73\ m/s$

Si $m=1{,}5 \quad Q=25\ m^3/s \quad S_0=0{,}0004 \quad n=0{,}014.$

$$A=(b+1.5y)\,y \qquad P=b+2\sqrt{1+1.5^2}\cdot y$$

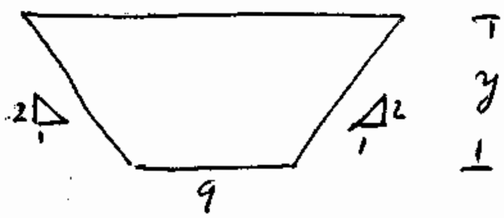
$$A\cdot R^{2/3}=17.5$$

$$(b+1.5y)\cdot y\cdot\left(\frac{(b+1.5y)\,y}{b+2\sqrt{1+1.5^2}\,y}\right)^{2/3}=17.5$$

no se encuentran valores para b que obtenga y dentro de los reales.

7.) $b=9$ talud $1:2$ $n=0.025$

Pendiente normal=? $y=1.02\ m$ $Q=11\ m^3/s$



$m=0.5$

$A=(b+my)\cdot y$

$A=(9+0.5\times 1{,}02)\times 1{,}02$

$A=9{,}7002\ m^2$

$P=(b+2y\sqrt{1+m^2}) = (9+2\times 1{,}02\times\sqrt{1+0.5^2}) = 11{,}28$

$R=\dfrac{9{,}7002\ m^2}{11{,}28\ m} = 0{,}8598\ m.$

$V=\dfrac{Q}{A}$ $V=\dfrac{11\ m^3/s}{0{,}8598}$ $V=12{,}79\ m/s.$

$V=\dfrac{1}{n}R^{2/3}S_o^{1/2}$ $\dfrac{V\cdot n}{R^{2/3}}=S^{1/2}.$

$S^{1/2}=\dfrac{12{,}79\times 0{,}025}{0{,}8598^{2/3}}$ $S^{1/2}=0{,}3536$ $S=0{,}1250$

$S_n=0{,}1250\ m.$