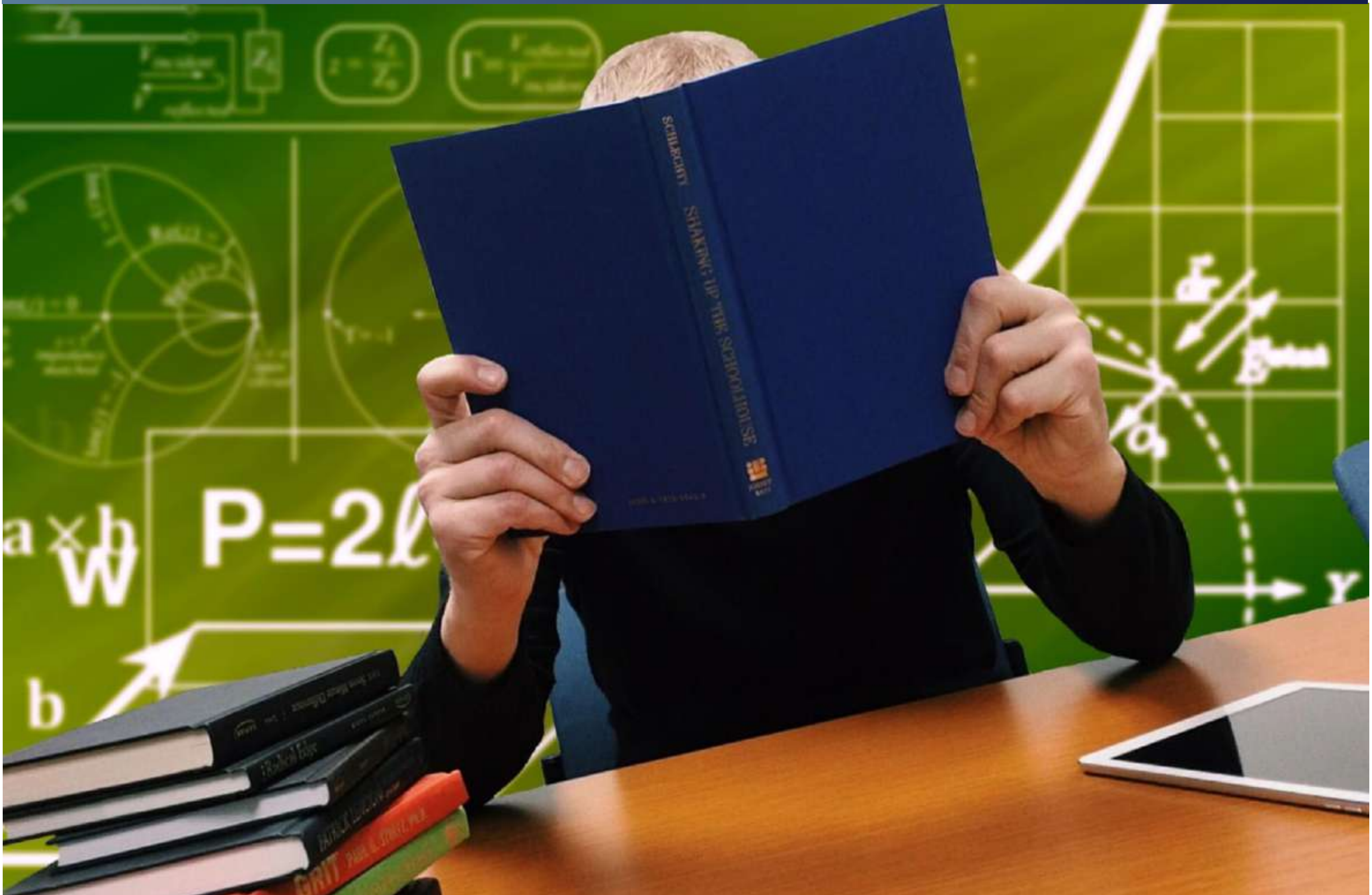
Ejercicios y Talleres



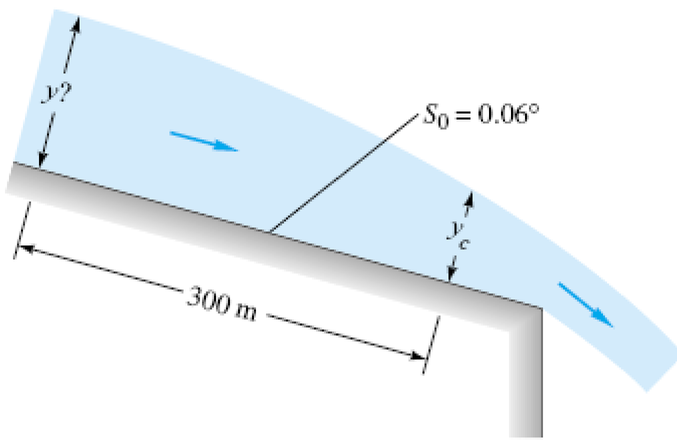
puedes enviarlos a
klasesdematematicasymas@gmail.com

TALLER N. 03

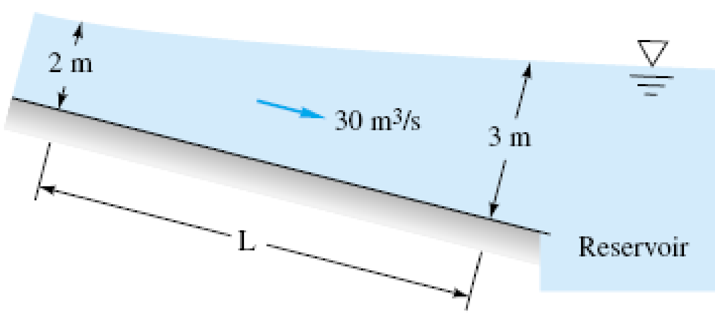
1. Un canal rectangular de 13,12 ft de ancho y hecho de ladrillo tiene un caudal de 282,52 ft^3/s y una pendiente de 0,1°. ¿Es ésta pendiente suave, crítica o fuerte? ¿Qué tipo de solución gradualmente aparece si la profundidad local del agua es de (a) 3,28 ft, (b) 4,92 ft y (c) 6,56 ft?

2. Un canal ancho en tierra con guijarros tiene un caudal de 353.15 ft^3/s por unidad de anchura y una pendiente de 0.75°. ¿Es ésta pendiente suave, crítica o fuerte? ¿Qué tipo de solución gradualmente variada aparece si el calado local del agua es de (a) 3,28 ft, (b) 6,56 ft y (c) 9,84ft?

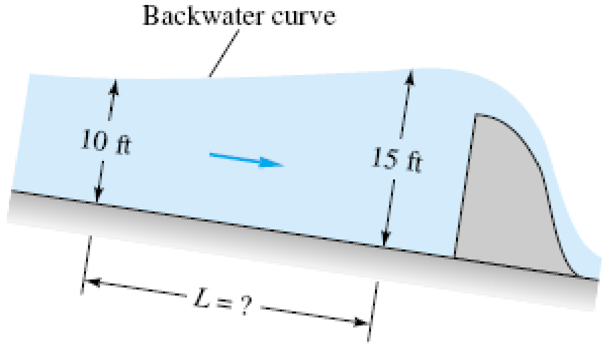
3. En la figura se muestra una cascada, donde la corriente del canal se va acelerando a lo largo de una pendiente descendente y luego cae libremente a partir del borde abrupto. La corriente alcanza condiciones críticas justo antes del borde, tal como se indica en la figura. Entre y_c y el borde el movimiento es rápidamente variado y no satisface la teoría del movimiento gradualmente variado. Suponga que el caudal es de 1.3 m^3/s y que la superficie es de cemento no pulido. Estime la profundidad del flujo 300 metros aguas arriba del borde.



4. Un canal en tierra limpia es de 6 m de ancho y tiene una pendiente de 0.3°. Por el canal fluye agua a 30 m^3/s que termina en un depósito, siendo la profundidad justo antes del mismo de 3 m. Suponiendo que el movimiento es gradualmente variado, ¿Cuál es la distancia L hasta un punto en el canal donde y = 2 m? ¿Qué tipo de solución presenta la superficie del agua?



5. Fluye agua a 600 ft^3/s por un canal rectangular de 22 pies de ancho con n = 0.024 y una pendiente de 0.1°. Una presa incrementa la profundidad del flujo a 15 pies, como se muestra en la figura. Haciendo uso de la teoría del movimiento gradualmente variado, determine la distancia L aguas arriba para la cual la profundidad de flujo es de 10 pies. ¿Qué tipo de solución tenemos? ¿Cuál debería ser la profundidad del agua muy lejos aguas arriba?



(1) $S = 0{,}1°$

Ancho 13,12 ft

ladrillo $n = 0{,}015$

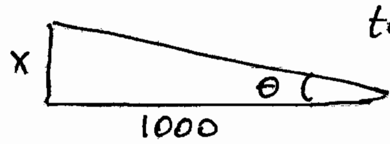
$Q = 282{,}52\ ft^3/s$

$A = b \cdot h$

$A = 13{,}12\ (h)$

$R = \dfrac{A}{P} = \dfrac{13{,}12\, h}{13{,}12 + 2h}$

$Q = \dfrac{1{,}49}{n}\, A\, R^{2/3} \cdot S^{1/2}$



$\theta = 0{,}1°$

$\tan\theta = \dfrac{x}{1000}$

$x = 1000 \tan 0{,}1°$

$x = 1{,}74$

$S = \dfrac{1{,}74}{1000} = 0{,}00174$

$282{,}52 = \dfrac{1{,}49}{0{,}015}\; 13{,}12\, h * \left(\dfrac{13{,}12\, h}{13{,}12 + 2h}\right)^{2/3} \cdot (0{,}00174)^{1/2}$

Solucionando para h se tiene $h = 3{,}143864\ ft$

No $F_0 = \dfrac{V}{\sqrt{gD}}$

$V = Q/A \qquad V = \dfrac{282{,}52}{3{,}14 * 13{,}12} = 6{,}84\ ft/s$

$F = \dfrac{6{,}84\ ft/s}{\sqrt{32{,}17 \frac{ft}{s^2} \cdot 3{,}14 ft}} = 0{,}68 < 1$ la pendiente es suave

a) Si $y = 3{,}28$

$Q = \dfrac{1{,}49}{0{,}015} * (13{,}12 * 3.28) * \left(\dfrac{13{,}12 * 3.28}{13{,}12 + 2 * 3{,}28}\right)^{2/3} (0{,}00174)^{1/2} = 300{,}4\ ft^3/s$

$V = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{300{,}4\ ft^3/s}{13{,}12 * 3.28} = 6{,}98$

$F = \dfrac{6{,}98}{\sqrt{32{,}17 * 3.28}} = 0{,}67 < 1$ Pendiente suave.

b) Si $y = 4{,}92$

$Q = \dfrac{1{,}49}{0{,}015}\,(13.12 * 4.92) * \left(\dfrac{13.12 * 4{,}92}{13{,}12 + 2 * 4.92}\right)^{2/3} (0.00174)^{1/2} = 532{,}78$

$V = \dfrac{Q}{A} = \dfrac{532{,}78}{13{,}12 * 4{,}92} = 8{,}25$

$F = \dfrac{8{,}25}{\sqrt{32{,}17 * 4{,}92}} = 0{,}65 < 1$ Pendiente suave

c) $y = 6{,}56\ ft$

$$Q = \frac{1{,}49}{0{,}015}(13{,}12 * 6.56) * \left(\frac{13.12 * 6.56}{13.12 + 2 * 6.56}\right)^{2/3} \cdot (0.00174)^{1/2} = 787{,}26\ ft^3/s$$

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{787{,}26\ ft^3/s}{13.12 * 6{,}56} = 9{,}1470$$

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{9{,}1470}{\sqrt{32{,}17 * 6.56}} = 0{,}62 < 1 \quad \text{Pendiente suave.}$$

(2) $S = 0{,}75°$ $\quad S = \tan 0{,}75 = 0{,}01309$

$Q = 353{,}15\ ft^3/s$ por cada ft de ancho.

$A = b \cdot h \quad A = 1 \cdot h$ $\quad n = 0{,}025$ Para tierra con guijarros.

$$V = \frac{Q}{A} = \frac{353{,}15}{1 \cdot h}$$

Canal ancho

$$Q = \frac{1{,}49}{n} A \cdot R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$$A = 1h \quad R = \frac{A}{P} = \frac{1h}{1} = h.$$

$$Q = \frac{1{,}49}{0{,}025} \cdot h \cdot h^{2/3} \cdot (0{,}01309)^{1/2} = 353{,}15\ ft^3/s$$

Se tiene que $h = 10{,}6793\ ft$

$$V = \frac{353{,}15}{1 * 10{,}6793} = 33{,}06\ ft/s$$

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{33{,}06}{\sqrt{32{,}17 * 10{,}67}} = 1{,}78 > 1 \quad \text{Pendiente Fuerte}$$

a) si $y = 3{,}28\ ft$

$$Q = \frac{1{,}49}{n} A\, R^{2/3} \cdot S^{1/2} = \frac{1{,}49}{0{,}025} * (1 * 3{,}28)\left(\frac{1 * 3{,}28}{1}\right)^{2/3} * (0{,}01309)^{1/2}$$

$Q = 49{,}37\ ft^3/s.$ $\quad V = \frac{Q}{A} = \frac{49{,}37}{1 * 3{,}28} = 15{,}05$

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{15{,}05}{\sqrt{32{,}17 * 3{,}28}} = 1{,}46 > 1 \quad \text{Pendiente fuerte}$$

b) si $y = 6{,}56$

$$Q = \frac{1{,}49}{0{,}025} * (6{,}56)(6{,}56)^{2/3}(0.01309)^{1/2} = 156{,}75\ ft^3/s$$

$$V = \frac{156{,}75}{6{,}56} = 23{,}89\ ft/s$$

$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{23.89 \text{ ft/s}}{\sqrt{32.17 * 6.56}} = 1.64 > 1$ Pendiente fuerte.

c) $y = 9.84$ ft

$$Q = \frac{1.49}{0.025}(9.84)(9.84)^{2/3}(0.01309)^{1/2} = 308.11$$

$$V = \frac{308.11}{9.84} = 31.31$$

$F = \frac{31.31}{\sqrt{32.17 * 9.84}} = 1.75 > 1$ Pendiente fuerte.

3.) $Q = 1.3 \ m^3/s$

Cemento no pulido => Cemento rugoso $n = 0.025$

$S_0 = 0.06°$ $S_0 = \tan 0.06 = 0.00104$

Encontramos la profundidad crítica. Suponemos el canal ancho

$$V = \frac{Q}{b}$$

$NF = 1$ $1 = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y}}$ $1 = \frac{1.3/y}{\sqrt{9.8 * y}}$

$y_c = 0.5566$ m Suponemos que arriba de y_c cumple las condiciones del flujo gradualmente variado.

$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - S_{f_{1,2}}}$ $\Delta X = -300$

$E_2 = y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$ $E_1 = y_1 + \frac{V_1^2}{2g}$.

$S_{f_{1,2}} = \frac{S_{f_1} + S_{f_2}}{2}$ $S_f = \left(\frac{V * n}{R^{2/3}}\right)^2$

$V_1 = \frac{1.3}{y} = \frac{1.3}{0.5566} = 2.33 \ m/s$ $R = 0.5566$ $S_{f_1} = 0.00741$

$$E_1 = 0.5566 + \frac{2.33^2}{2 * 9.8} = 0.8335$$

$$-300(0.00104 - S_{f_{1,2}}) + E_1 = E_2$$

$$-300\left(0.00104 - \frac{1}{2}\left(0.00741 + \left(\frac{\frac{1.3}{y} * 0.025}{y^{2/3}}\right)^2\right)\right) + 0.8335 = y_2 + \frac{\left(\frac{Q}{y_2}\right)^2}{2g}$$

Despejando para y se tiene

$y = 1,6315$

(4). Tierra limpia $n = 0.022$

Ancho $= 6\,m$ $S_0 = 0.3° = \tan 0.3 = 0,00523$

$Q = 30\,m^3/s$

$y_1 = 3m$ $y_2 = 2m$ $L = ? \rightarrow \Delta x = ?$

$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{30}{6*3} = 1,6666\ m/s$ $V_2 = \frac{30}{6*2} = 2,5\ m/s$

$R_1 = \frac{A}{P} = \frac{6*3}{6+2*3} = 1.5$ $R_2 = \frac{6*2}{6+2*2} = 1.2$

$S_{f_1} = \left(\frac{Vn}{R^{2/3}}\right)^2 = \left(\frac{1,6\bar{6}*0.022}{(1.5)^{2/3}}\right)^2 = 0,000783$

$S_{f_2} = \left(\frac{2.5*0.022}{1.2^{2/3}}\right)^2 = 0,00237$

$E_1 = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = 3 + \frac{(1,66)^2}{2*9.8} = 3.14$

$E_2 = 2 + \frac{(2.5)^2}{2*9.8} = 2,31$ $S_{f_{1,2}} = \frac{1}{2}(S_{f_1} + S_{f_2})$

$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - S_{f_{1,2}}}$ $S_{f_{1,2}} = \frac{1}{2}(0,000783 + 0,00237)$

$= 0,0015765$

$\Delta X = \frac{2,31 - 3.14}{0.00523 - 0.0015765}$

$\Delta X = -227\,m$

(5) $Q = 600\ ft^3/s \longrightarrow 600\ \frac{ft^3}{s} * \left(\frac{1m}{3,28083\,ft}\right)^3 = 17\ m^3/s$

ancho $= 22\ ft$ $n = 0,024$

$S = 0,1°$ $S_0 = 0,00174$

ancho $= 22\,ft * \frac{1m}{3,28\,ft} = 6,7\ m$

$y_1 = 10\ ft * \frac{1m}{3,28\,ft} = 3,05\,m$ $y_2 = 4,57\ m$

$V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{17\,m^3/s}{6,7m * 3,05m} = 0,832\ m/s$ $V_2 = \frac{17\,m^3/s}{6,7 * 4,57} = 0,555\ m/s$

$R_1 = \frac{A}{P} = \frac{6.7\,m * 3,05}{6.7 + 2*3,05} = 1,5964$ $R_2 = \frac{6.7*4.57}{6.7 + 2*4.57} = 1,9330$

$$S_{f_1} = \left(\frac{Vn}{R^{2/3}}\right)^2 = \left(\frac{0.832 * 0.024}{1.5964^{2/3}}\right)^2 = 0,000213$$

$$S_{f_2} = \left(\frac{0.555 * 0.024}{1.933^{2/3}}\right)^2 = 0,000073$$

$$S_{f_{1,2}} = \frac{1}{2}\left(S_{f_1} + S_{f_2}\right) = 0,00110$$

$$E_1 = y_1 + \frac{v_1^2}{2g} = 3,05 + \frac{(0.832)^2}{2 * 9.8} = 3,0853 \text{ m.}$$

$$E_2 = 4.57 + \frac{0.555^2}{2 * 9.8} = 4,5857 \text{ m}$$

$$\Delta X = \frac{E_2 - E_1}{S_o - S_{f_{1,2}}} =$$

$$\Delta X = \frac{4,5857 - 3,0853}{0,00174 - 0,00110} = 2344,4 \text{ m} * \frac{3,28083 \text{ ft}}{1 \text{ m}}$$

$$= 7689,62 \text{ ft.}$$