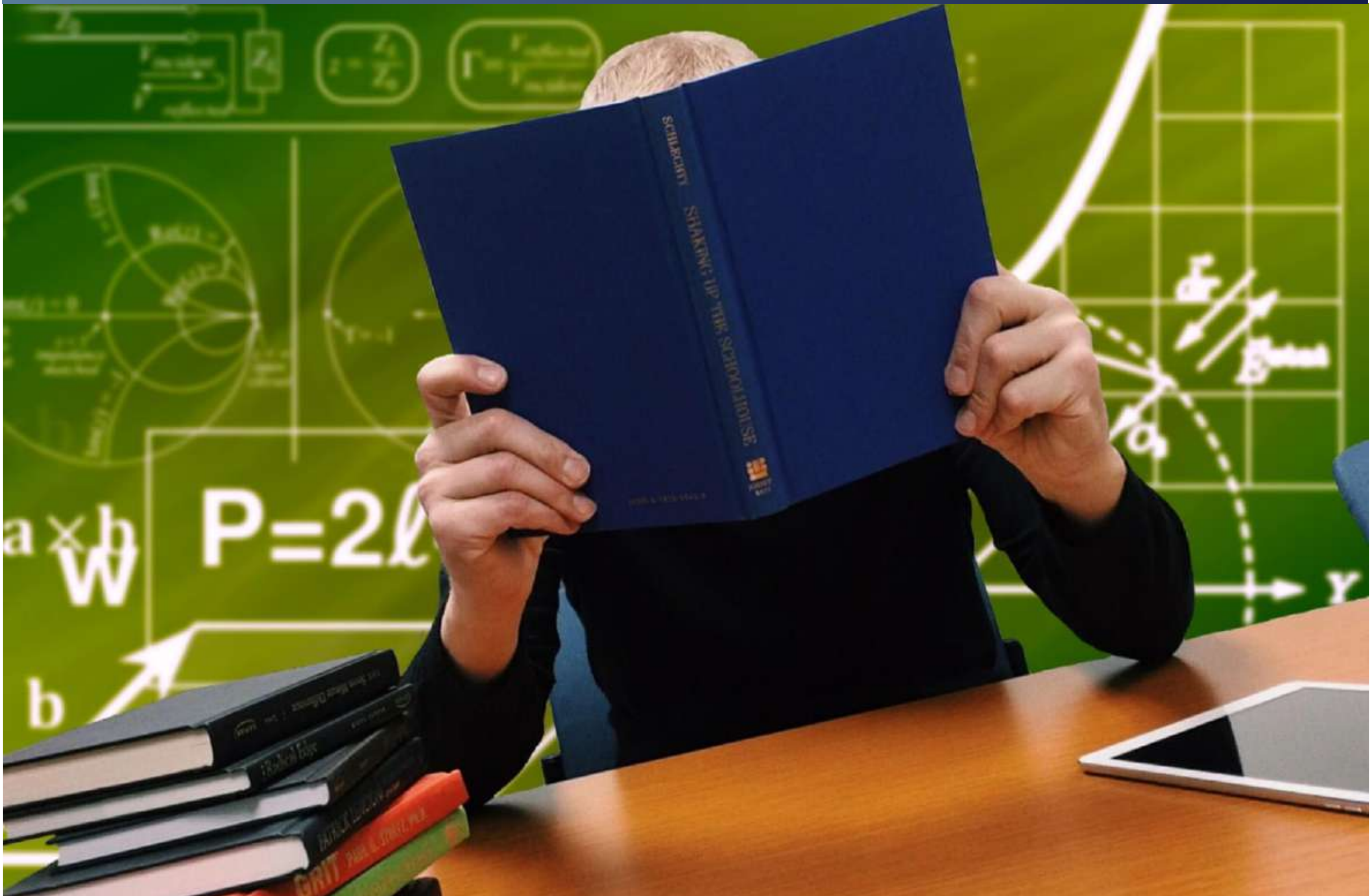
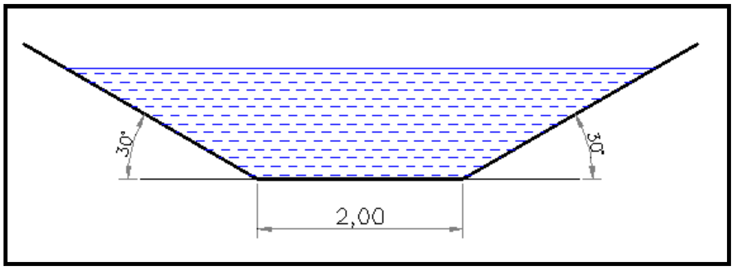
Ejercicios y Talleres



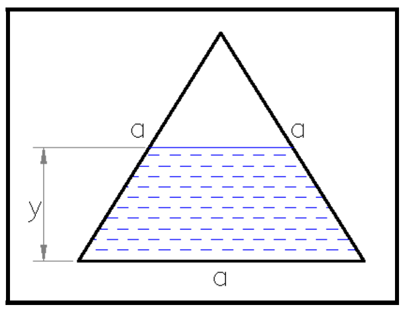
puedes enviarlos a
klasesdematematicasymas@gmail.com

TALLER No. 02 – FLUJO UNIFORME Y MEDIDORES DE CAUDAL

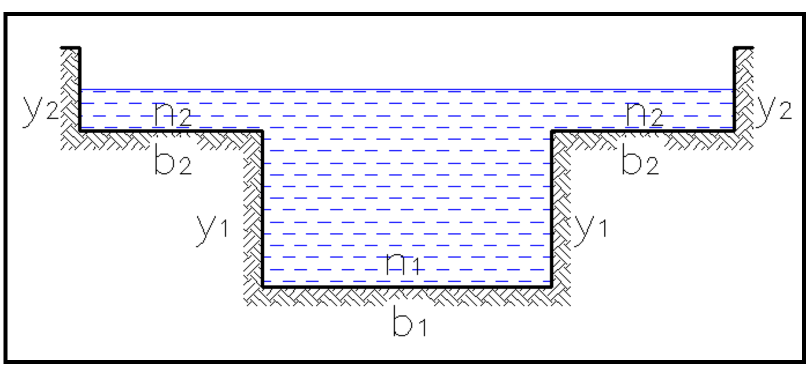
1. El canal trapezoidal que se muestra en la figura está construido en ladrillo (n = 0,0150) y tiene una pendiente 1:500. a) Determine el caudal si la profundidad normal es de 80 cm. b) Si la superficie del canal es en tierra limpia que se erosiona si la velocidad excede 1.5 m/s ¿Cuál es la profundidad de flujo máxima para que no se produzca erosión en el canal?



2. El canal en forma de triángulo equilátero que se muestra en la figura tiene una pendiente constante S_0 y un coeficiente de fricción n de Manning. Determine el $Q_{máx}$ y $V_{máx}$.



3. cuando hay inundaciones, un canal natural suele consistir en un canal principal profundo más dos zonas laterales inundadas, como se muestra en la figura. Las zonas laterales suelen ser poco profundas y muy revueltas. Si el canal tiene la misma pendiente en todas las partes, ¿Cómo analizaría esta situación para determinar el caudal? Suponga que y_1 = 20 ft, y_2 = 5 ft, b_1 = 40 ft, b_2 = 100 ft, n_1 = 0,020 y n_2 = 0,040, con una pendiente de 0,0002. Determine el caudal en ft^3/s.

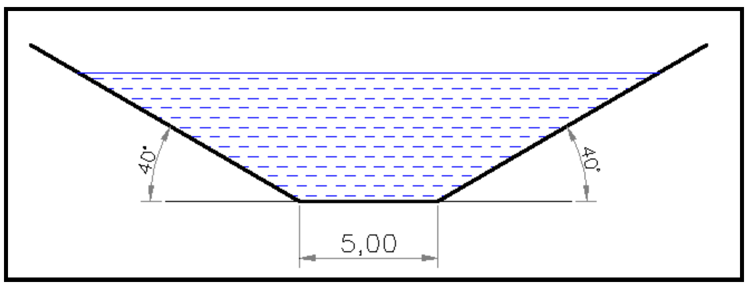


4. Un canal circular de cemento no pulido (n = 0,0140) tiene una pendiente de 1:600 y un diámetro de 5 pies. Estime la profundidad normal en galones por minuto para el cual el esfuerzo cortante medio en la pared es de 0.15 lbs/ft^2, y compare el resultado con el máximo caudal posible para este canal.

5. Un canal rectangular de ladrillos (n = 0,0150) con So=0,002 es diseñado para llevar 230 ft^3/s de agua en condiciones de movimiento uniforme. Hay una discusión sobre si la anchura del canal debería ser de 4 u 8 ft. ¿Cuál de los diseños requiere menos ladrillos? ¿en qué porcentaje?

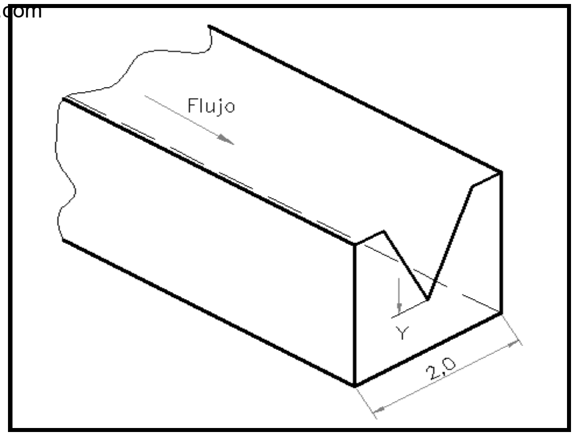
6. ¿Cuál es la sección hidráulicamente optima para un canal de acero ribeteado (n = 0,0150) que lleve un caudal de 4.8 m^3/s y tenga una pendiente de 1:900?

7. un acueducto trapezoidal con b = 5,00 m y α = 40º transporta una corriente normal de agua de 60 m3/s y = 3,2 m. Si la superficie es de tejas de arcilla (n = 0.014.), determine cuál es la pendiente necesaria en m/km.



8. Un canal en forma de V hecho de tejas de arcilla (n = 0,0140) tiene un ángulo de 70° y transporta 8.5 m^3/s de agua. Estime la profundidad crítica y la pendiente crítica si el movimiento es uniforme.

9. En la figura se muestra un canal rectangular con un vertedero en V n su interior. La intención es medir el caudal de 2,0 a 6,0 m^3/s mediante un limnímetro de punta y gancho aguas arriba para medir los calados del agua entre 2,0 y 2,75 m. ¿Cuáles son los valores más apropiados para la altura Y y el semiángulo α del vertedero.



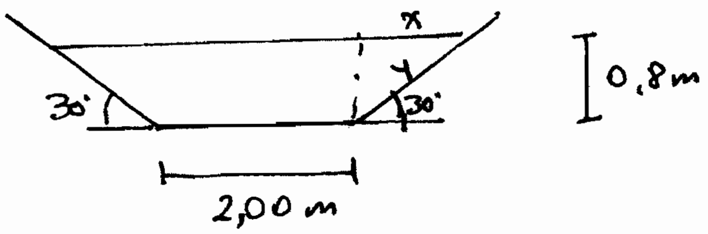
10. un vertedero en un canal horizontal tiene 1 m de alto y 4 m de ancho. La profundidad del agua aguas arriba es de 1,6 m. Estime el caudal si el vertedero es a) de pared delgada y b) de cemento no pulido, pared gruesa con borde redondeado y una ancha cresta de 1,20 m de longitud (la rugosidad media del cemento no pulido es ε = 2,4 mm

1. $n = 0{,}0150$

Para el sistema métrico se tiene

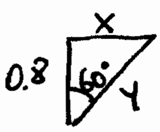
$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$S = \frac{1}{500} = 0{,}002$$



$$R = \frac{A}{P} \qquad A = \frac{(B_m + b_m)\,h}{2}$$

$$b_m = 2 \qquad B_m = 2 + 2x$$



$$\tan 60 = \frac{x}{0.8} \qquad x = 0.8 \tan 60$$

$$B_m = 2 + 2 * 0{,}8 \tan 60 = 4{,}7712$$

$$A = \frac{(4{,}7712 + 2) * 0.8}{2} = 2{,}7085\ m^2$$

$$P = 2 + 2y \qquad \cos 60^\circ = \frac{0.8}{y} \qquad y = \frac{0.8}{\cos 60}$$

$$P = 2 + 2 \cdot \frac{0.8}{\cos 60} \qquad P = 5{,}2$$

$$R = \frac{2{,}7085}{5{,}2} = 0{,}5208$$

$$Q = \frac{1}{0{,}0150} * 2{,}7085 * (0{,}5208)^{2/3} * (0{,}002)^{1/2}$$

$$Q = 5{,}2271\ m^3/s$$

b) $v = 1{,}5\ m/s \qquad h = ?$

$$Q = v \cdot A \qquad Q = 1{,}5 * \frac{(B_m + b_m)\,h}{2}$$

$$Q = 1{,}5 * \frac{(2 + 2 * h \tan 60)\,h}{2}$$

$$Q = \frac{A R^{2/3} S^{1/2}}{n} \qquad A = \frac{(2 + 2 * h \tan 60)\,h}{2}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{(2 + 2 * h \tan 60)\,h/2}{2 + 2h/\cos 60^\circ}$$

$$v \cdot \cancel{A} = \frac{1}{n} \cancel{A} \left(\frac{A}{P}\right)^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{n}\left(\frac{A}{P}\right)^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$n = 0{,}030$ Para tierra limpia

$$V = \frac{1}{n}\left(\frac{\frac{(2+2*h\tan 60)\,h}{2}}{2+2h/\cos 60}\right)^{2/3} S^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{n}\left(\frac{(1+h\tan 60)\,h}{2+2h/\cos 60}\right)^{2/3} S^{1/2}$$

$$1{,}5 = \frac{1}{0{,}030}\left(\frac{(1+h\tan 60)\,h}{2+2h/\cos 60}\right)^{2/3} (0{,}002)^{1/2}$$

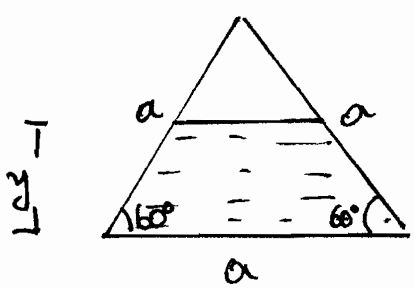
Despejando h se tiene $h = 2{,}2676\ m$

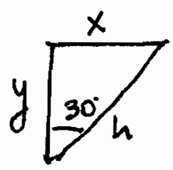
la profundidad de flujo máxima para que no se produzca erosión en el canal. es $2{,}2676m$.

2.

$S = S_o$

n





$$\tan 30° = \frac{x}{y} \qquad x = y\tan 30°$$

$$h = \sqrt{y^2 + x^2} \qquad \cos 30 = \frac{y}{h}$$

$$h = \frac{y}{\cos 30°}$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$A = \frac{((a-2x)+a)\,y}{2}$$

$$A = \frac{(2a-2x)\,y}{2} = (a-x)\,y$$

$$R = \frac{A}{P}$$

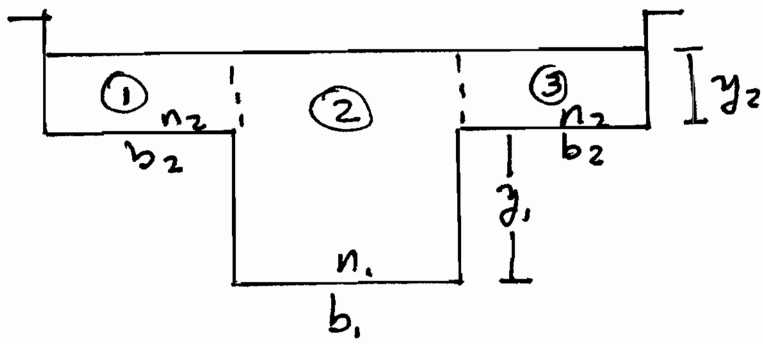
$$P = a + 2h = a + 2\frac{y}{\cos 30°}$$

$$R = \frac{(a-x)y}{a + \frac{2y}{\frac{\sqrt{3}}{2}}} = \frac{(a-x)y}{a + \frac{4y}{\sqrt{3}}} = \frac{(a-x)y}{a + \frac{4\sqrt{3}\,y}{3}} = \frac{3(a-x)y}{3a + 4\sqrt{3}\,y}$$

$$Q_{máx} = \frac{1}{n}(a-x)y \cdot \left(\frac{3(a-x)y}{3a+4\sqrt{3}\,y}\right)^{2/3} \cdot S_o^{1/2}$$

$$V_{máx} = \frac{Q}{A} \qquad V_{máx} = \frac{1}{n}\left(\frac{3(a-x)y}{3a+4\sqrt{3}\,y}\right)^{2/3} S_o^{1/2}$$

3.



$y_1 = 20\,ft$ $n_1 = 0{,}020$

$y_2 = 5\,ft$ $n_2 = 0{,}040$

$b_1 = 40\,ft$ $S = 0{,}0002$

$b_2 = 100\,ft$

Es un canal de seccion compuesto.

$Q = \frac{1{,}49}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$ En sistema Inglés.

$Q_{①} = Q_{③}$

$Q_1 = \frac{1{,}49}{n_2} A_1 R_1^{2/3} S_1^{1/2}$

$A_1 = b_2 \cdot y_2 = 100 * 5 = 500\,ft^2$

$P = y_2 + b_2 = 5 + 100 = 105\,ft$

$R = \frac{A}{P} = \frac{500}{105} = 4.76\,ft$

$Q_1 = \frac{1{,}49}{0{,}040} * 500\,ft^2 * (4.76)^{2/3} * (0{,}0002)^{1/2} = 745{,}33\,ft^3/s$

$Q_3 = 745{,}33\,ft^3/s$

$Q_2 = \frac{1{,}49}{n_1} A_2 * R_2^{2/3} S_2^{1/2}$

$A_2 = b_1 \cdot (y_1 + y_2)$

$= 40f\,(20+5)\,ft = 1000\,ft^2$

$P = 2y_1 + b_1 = 2 * 20 + 40 = 80\,ft$

$R_2 = \frac{A}{P} = \frac{1000\,ft^2}{80\,ft} = 12{,}5\,ft$

$Q_2 = \frac{1{,}49}{0{,}020} * (1000) * (12{,}5)^{2/3} * (0{,}0002)^{1/2}$

$Q_2 = 5674.72\,ft^3/s$

$Q_{Total} = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 745{,}33 + 5674.72 + 745{,}33$
$= 7165{,}38\,\frac{ft^3}{s}$

4. $n = 0{,}0140$

$S = \frac{1}{600}$ $\quad d_o = 5$ pies

$\tau = 0{,}15 \frac{lbs}{ft^2}$

$\tau = \gamma R S_o$

$R = \frac{\tau}{\gamma S_o}$ $\quad \gamma = 62{,}4 \frac{lb}{pie^3}$

$S_o = 0{,}001\overline{6}$

$R = \frac{0{,}15}{62{,}4 * 0{,}001\overline{6}} = 1{,}4423 \ ft$

$Q = \frac{1.49}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$

Como $R = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right) d_o$ Tomado del libro de Ven Te Chow pag 21

$1{,}4423 = \frac{1}{4}\left(1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}\right) 5 \, ft$

$\frac{4 * 1{,}4423}{5} = 1 - \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta}$ $\quad \frac{\operatorname{sen}\theta}{\theta} = 1 - \frac{4 * 1{,}4423}{5}$

Despejando θ se tiene $\theta = 305°$

$\theta = 5{,}32$ rad

Area $= \frac{1}{8}(\theta - \operatorname{sen}\theta) d_o^2$

$A = \frac{1}{8}(5{,}323254 \text{ rad} - \operatorname{sen} 5{,}3232)(5 \text{ pies})^2$

$A = 16{,}34$ pies^2

$Q = \frac{1.49}{0{,}0140} * 16{,}34 \text{ pies}^2 * (1{,}4423 \, ft)^{2/3} * \left(\frac{1}{600}\right)^{1/2}$

$Q = 90{,}65 \frac{pies^3}{seg}$.

$Q = 90{,}65 \frac{pies^3}{seg} * \frac{1 \text{ gal}}{7{,}4805 \text{ pies}^3} * \frac{60 \text{ seg}}{1 \text{ min}}$

$Q = 727{,}16 \frac{gal}{min}$.

Caudal máximo Posible

Trabaja con seccion llena.

$$A = \pi r^2 \qquad A = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi\frac{d^2}{4} = \frac{\pi(5)^2}{4} = 19{,}63\ ft^2$$

$$P = 2\pi r = 2\pi\frac{d}{2} = \pi d = \pi \cdot 5 = 15{,}70$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{19{,}63}{15{,}70} = 1{,}25$$

$$Q = \frac{1{,}49}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = \frac{1{,}49}{0{,}0140} * 19{,}63 * (1{,}25)^{2/3} \cdot \left(\frac{1}{600}\right)^{1/2}$$

$$Q = 97{,}61\ \frac{pies^3}{seg} * \frac{1\,gal}{7{,}4805\,pies^3} * \frac{60\,seg}{1\,min}$$

$$Q = 782{,}9161\ \frac{gal}{min}.$$

Con esfuerzo de $0{,}15\ \frac{lb}{ft^2}$ máximo el caudal es inferior al máximo (sección llena)

$$727{,}16 < 782{,}91$$

5. $n = 0{,}0150 \qquad S_0 = 0{,}002$

$Q = 230\ ft^3/s$

Si anchura del Canal $= 4\ ft$

$$Q = \frac{1{,}49}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$A = b \cdot y \qquad A = 4y \qquad R = \frac{by}{b+2y} = \frac{4y}{4+2y}$$

$$230 = \frac{1{,}49}{0{,}0150} * 4y * \left(\frac{4y}{4+2y}\right)^{2/3} * (0{,}002)^{1/2}$$

Despejando y se tiene $y = 9{,}2863\ ft$.

Si anchura de canal = 8 ft

$A = 8y \qquad R = \dfrac{8y}{8+2y}$

$$230 = \frac{1.49}{0{,}0150} * 8y * \left(\frac{8y}{8+2y}\right)^{2/3} * (0{,}002)^{1/2}$$

Despejando

$y = 4.0576$ ft.

El Perímetro mojado nos da idea del uso de ladrillos

si $b = 4 \quad P = 4 + 2 * 9.2863 = 22{,}5726$

si $b = 8 \quad P = 8 + 2 * 4{,}0576 = 16{,}1152$

Por tanto usa menos ladrillos si el ancho = 8 ft.

$$\frac{22{,}5726 - 16{,}1152}{16{,}1152} * 100\% = 40\%$$

En un 40% menos.

6. $n = 0{,}0150 \qquad Q = 4.8\ m^3/s \qquad S = 1:900$

Desde un punto de vista hidraulico el semicírculo tiene el menor perímetro mojado para un área determinada por tanto es la sección hidráulicamente más eficiente de todas las secciones Ven Te Chow pag 158)

$$Q = \frac{1}{n} * A * R^{2/3} * S^{1/2}$$

$AR^{2/3} = \dfrac{nQ}{S^{1/2}} \qquad AR^{2/3} = \dfrac{0{,}0150 * 4{,}8\ m^3/s}{(1/900)^{1/2}}$

$AR^{2/3} = 2{,}16$

$A = \dfrac{\pi}{2} y^2 \qquad R = \dfrac{1}{2} y$ Para un semicírculo (Segun Ven Te Chow pag 158) Tabla 7.2

$$\frac{\pi}{2} y^2 \cdot \left(\frac{1}{2} y\right)^{2/3} = 2{,}16$$

$$y^2 \cdot y^{2/3} = \frac{2{,}16}{\frac{\pi}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2/3}} \qquad y^{\frac{8}{3}} = 2{,}1828\ m$$

$y = (2{,}1828)^{3/8}\ m \Rightarrow$

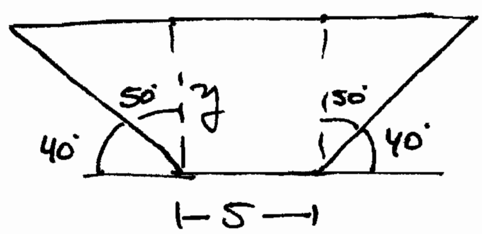
$y = 1{,}34$ m.

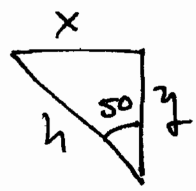
7. $b = 5{,}00\ m \qquad \alpha = 40^\circ$

$Q = 60\ m^3/s \qquad y = 3{,}2\ m \qquad n = 0{,}014 \qquad S = ?$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} \cdot S^{1/2}$$

$$\frac{nQ}{AR^{2/3}} = S^{1/2} \qquad \left(\frac{nQ}{AR^{2/3}}\right)^2 = S$$





$\tan 50 = \dfrac{x}{y}$

$x = y \tan 50$

$y = 3.2$

$x = 3{,}2 \tan 50 = 3{,}8136$

$h = \dfrac{y}{\cos 50^\circ} = 4{,}9783\ m$

$$A = \frac{(5 + (5 + 2x)) \cdot y}{2}$$

$$A = \frac{(5 + (5 + 2 * 3{,}8136))\, 3{,}2}{2} = 28{,}20\ m^2$$

$$P = 5 + 2h = 5 + 2 * 4{,}9783$$
$$= 14{,}9566\ m$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{28{,}20\ m^2}{14{,}9566} = 1{,}8854\ m$$

$$S = \left(\frac{0{,}014 * 60\ m^3/s}{28{,}20 * (1{,}8854)^{2/3}}\right)^2$$

$$S = 0{,}0003809$$

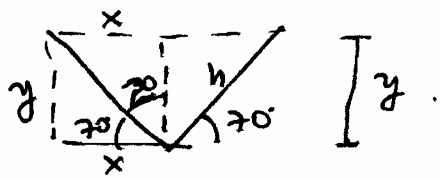
$$S = \frac{1}{2625} \qquad S = \frac{1}{262} \quad \frac{m}{km}.$$

8. $n = 0{,}0140$

$\alpha = 70°$ $\quad Q = 8{,}5 \ m^3/s$

Profundidad Crítica, Pendiente Crítica

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$



$$\tan 30° = \frac{x}{y} \qquad x = y \tan 20 .$$

$$A = \frac{\cancel{2} x \cdot y}{\cancel{2}} = x \cdot y$$

$$A = y \tan 20 \cdot y \qquad A = y^2 \tan 20$$

$$P = 2h \qquad \cos 20 = \frac{y}{h} \qquad h = \frac{y}{\cos 20}.$$

$$P = 2 \frac{y}{\cos 20}$$

$$R = \frac{A}{P} = \frac{y^2 \tan 20}{\frac{2y}{\cos 20}} = \frac{y^{\cancel{2}} \cdot \frac{\operatorname{sen} 20}{\cancel{\cos 20}}}{\frac{2\cancel{y}}{\cancel{\cos 20}}}$$

$$R = \frac{y \operatorname{sen} 20}{2}$$

$$Q = V . A \qquad V = \frac{Q}{A} \qquad V = \frac{8{,}5 \ m^3/s}{y^2 \tan 20}$$

En el estado de flujo crítico

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{D}{2} \quad ó \quad 1 = \frac{V}{\sqrt{g D}}$$

$$D = \frac{A}{T} = \frac{y^2 \tan 20}{2x} = \frac{y^2 \tan 20}{y \tan 20} = y$$

$$1 = \frac{V}{\sqrt{g y}} \qquad \sqrt{g y} = V$$

$$\sqrt{g y} = \frac{8.5}{y^2 \tan 20} \qquad g y = \frac{8.5^2}{y^4 \tan^2 20}$$

$$y^5 = \frac{8{,}5^2}{g \cdot \tan^2 20} \qquad y = \left(\frac{8.5^2}{g \tan^2 20} \right)^{1/5}$$

$y = 2{,}2340 \ m$ $\longrightarrow$ Profundidad Crítica

$$A = y^2 \tan 20 = (2{,}2340)^2 \tan 20 = 1.8165 \ m^2$$

$$R = \frac{y \operatorname{sen} 20}{2} = \frac{2{,}2340 \cdot \operatorname{sen} 20}{2} = 0{,}3820 \ m$$

$$Q = \frac{1}{n} A R^{2/3} S^{1/2}$$

$$\frac{nQ}{AR^{2/3}} = S^{1/2} \qquad S = \left(\frac{nQ}{AR^{2/3}}\right)^2$$

$$S = \left(\frac{0{,}0140 * 8{,}5\ m^3/s}{1{,}8165\ m^2 * (0{,}3820)^{2/3}}\right)^2 = 0{,}01548$$

$S = \frac{15{,}5}{1000}$ Pendiente Crítica $15{,}5 : 1000$

9. Para un vertedero triangular se tiene Y, α

$$Q = 1{,}38 H^{5/2} \tan \theta/2$$

$$Q = 1{,}38\ Y^{5/2} \tan \theta/2 \qquad \theta/2 = \tan^{-1}\left(\frac{Q}{1{,}38\ Y^{5/2}}\right)$$

$Q = 2\ m^3/s \quad Y = 2 \longrightarrow \theta/2 = 14{,}3699 \quad \theta = 28{,}74$

$Q = 6 \quad Y = 2{,}75 \longrightarrow \theta/2 = 19{,}12 \quad \theta = 38{,}24$

Ahora si tomamos $\theta = 60°$ $\quad \theta/2 = 30°$

si $Q = 6$ $\quad Y = \left(\frac{Q}{1{,}38 \tan\frac{\theta}{2}}\right)^{2/5}$

$$Y = \left(\frac{6}{1{,}38 \tan 30}\right)^{2/5} = 2{,}24\ m$$

Si $Q = 2$ $\quad Y = \left(\frac{2}{1{,}38 \tan 30}\right)^{2/5} = 1{,}44\ m$

Con $\theta = 60°$ se pueden medir los caudales, pero las las lecturas con el limnímetro oscila entre 1,44 y 2,24 m.

Si $\theta = 9$ $\quad \theta/2 = 45°$

Si $Q = 6$ $\quad Y = 1{,}8$ m } Estan muy por
Si $Q = 2$ $\quad Y = 1.16$ m } debajo del rango.

10. Canal $1m \times 4m$

$h_{arriba} = 1.6m$

a) Pared delgada → Sin contracción.

Usando la fórmula de Francis.

$Q = 1,84\, L H^{3/2}$

$Q = 1,84 * (1m)(1,6)^{3/2} = 3,72\ m^3/s$

b) Pared gruesa ancha cresta de 1,20m de longitud

$\varepsilon = 2,4\ mm$

$H = 1,6 - 1,2 = 0,4\ m$

$q = \frac{Q}{L} = 1,45 * H^{3/2}$

$Q = 1,45\, L H^{3/2}$ si $C = 1,45$

$Q = 1,45 * 1 * 0,4^{3/2}$

$Q = 0,3668\ m^3/s$