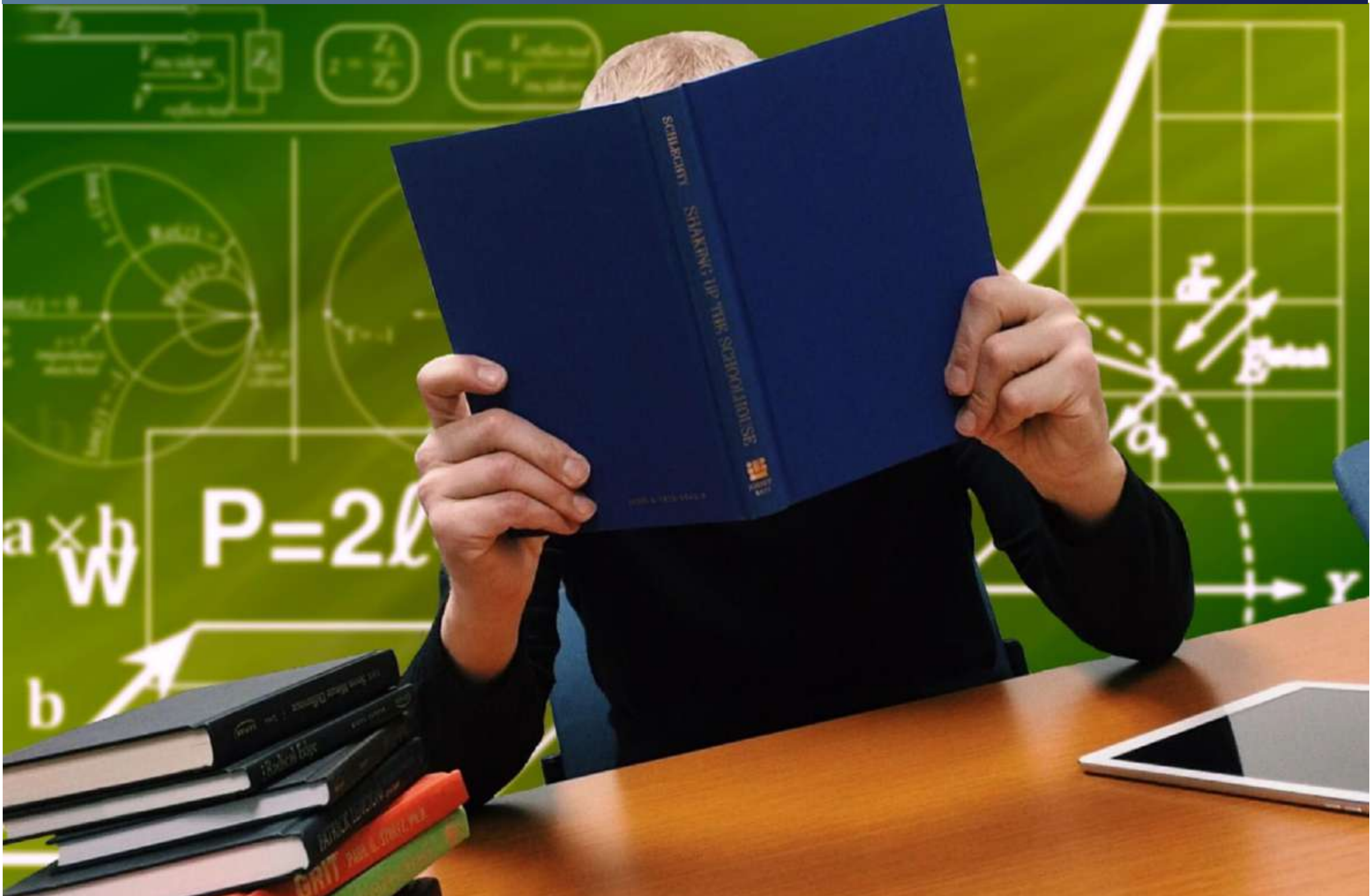
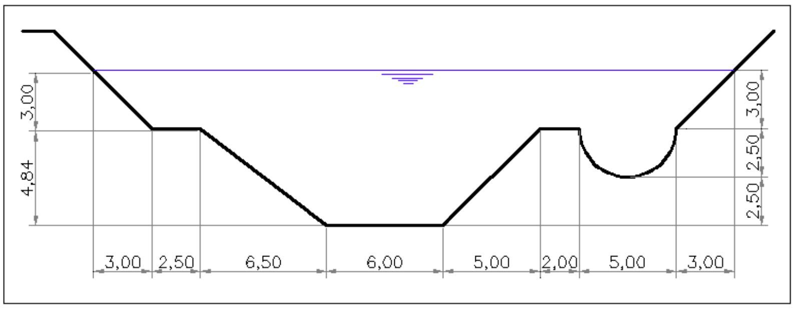
Ejercicios y Talleres



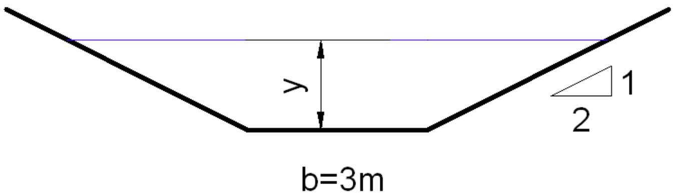
puedes enviarlos a
klasesdematematicasymas@gmail.com

PARCIAL No. 1

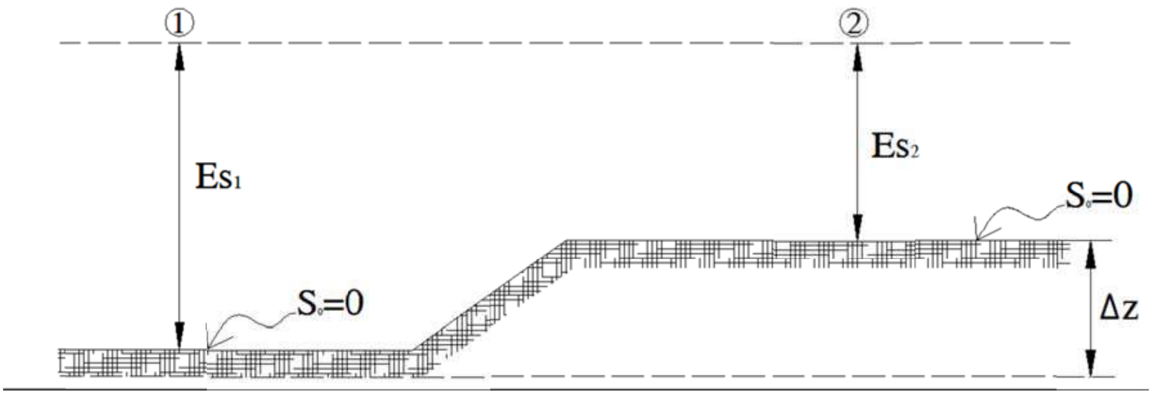
1. Calcular: Radio hidráulico y Profundidad hidráulica



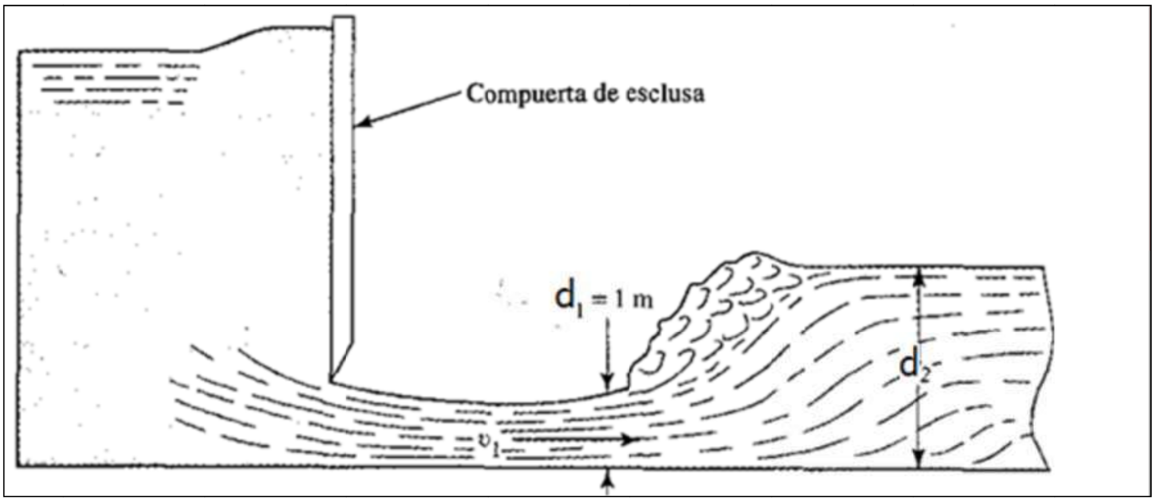
2. Para un canal de sección trapezoidal con un ancho b = 3 m (ver figura). Obtengas las curvas de variación del caudal cuando la energía específica es igual a 3 m y 5 m respectivamente, y establezca el caudal máximo y la profundidad crítica para esas magnitudes de la energía especifica.



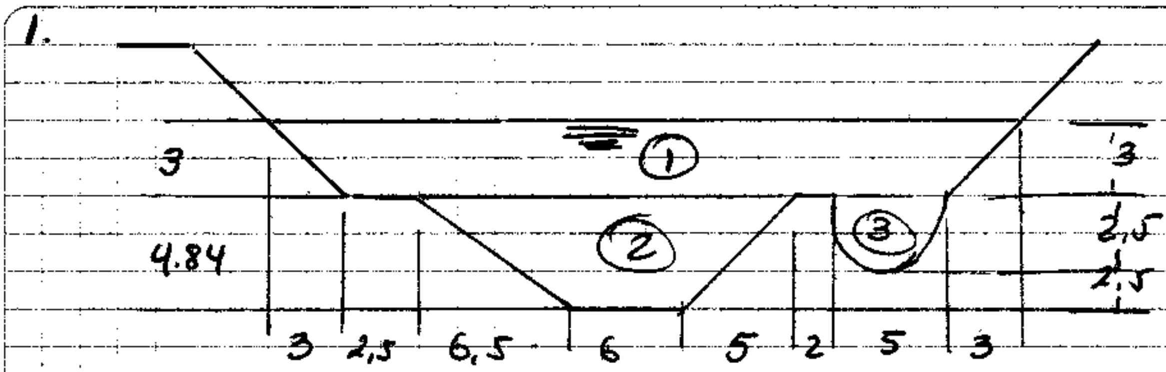
3. En la figura se muestra un canal rectangular de ancho de plantilla constante igual a 10,0 m, calcular la altura máxima del escalón (Δz) si se tiene un gasto de 25 m3/seg y la energía específica en la sección 1 es igual a 1,50 m. las pérdidas son despreciables. Calcular a) el desnivel ΔZ.



4. Como se muestra en la figura, se está descargando agua de un depósito bajo una compuerta de esclusa con un caudal de 18 m^3/s en un canal rectangular horizontal de 3 m de ancho fabricado de concreto formado semiterminado. En un punto donde la profundidad, de 3 m, se observa que se presenta un resalto hidráulico. Determine lo siguiente:
   a. La velocidad antes del resalto.
   b. La profundidad después del resalto.
   c. La velocidad después del resalto.
   d. La energía disipada en el resalto.



1.

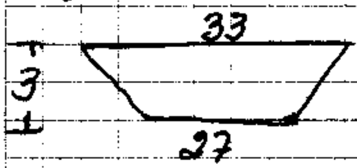


Radio Hidráulico $\Rightarrow R = \frac{A}{P}$

A = Área o sección mojada. P = Perímetro mojado

lo dividimos en 3 figuras

Figura 1.

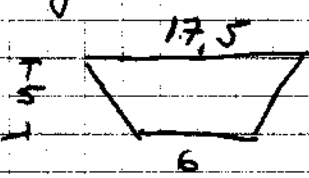


$3+2,5+6,5+6+5+2+5+3 = 33$

$2,5+6,5+6+5+2+5 = 27$

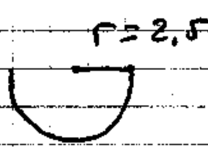
$A = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(33+27)\cdot 3}{2} = 90 \; m^2$

Figura 2



$A = \frac{(B+b)h}{2} = \frac{(17,5+6)\cdot 5}{2} = 58,75 \, m^2$

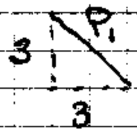
Figura 3.



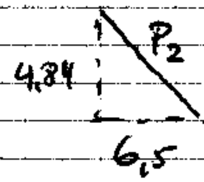
$A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{\pi\cdot(2,5)^2}{2} = 9,81 \; m^2$

Por tanto el área mojada es $90+58,75+9,81 = 158,56 \, m^2$

Para el perímetro calculamos cada diagonal.



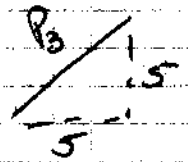
$P_1 = \sqrt{3^2+3^2} = 4,24 \; m$



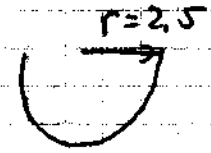
$P_2 = \sqrt{6,5^2+4,84^2}$

$P_2 = 8,10 \; m$

$P_3 = 7{,}07\ m.$



$P_3 = \sqrt{5^2+5^2} = 7{,}07\ m$



$P_4 = \dfrac{2\pi C}{2}$

$P_4 = \dfrac{2\cdot\pi\cdot 2.5}{2}$

$P_4 = 7{,}85\ m.$

Ahora sumamos

$P = 4{,}24 + 2{,}5 + 8{,}10 + 6 + 7{,}07 + 2 + 7{,}85 + 4{,}24$

$P = 42\ m.$

$R = \dfrac{A}{P} = \dfrac{158.56\ m^2}{42\ m} = 3{,}77\ m.$ $R = 3.77\,m$

(Sin embargo las medidas no concuerdan, la suma en la parte izquierda da 7.84 y en la derecha es 8.00, el agua no puede estar inclinada en la sección del canal)

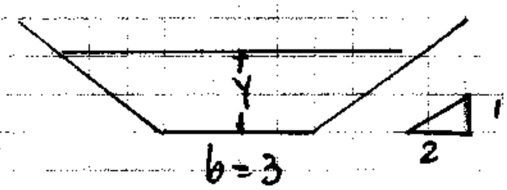
Profundidad Hidráulica $D = \dfrac{A}{T}$

T = Ancho Superficial = 33 m $D = \dfrac{158.56}{33} = 4.8\ m$

$D = 4{,}8\ m$

2

$E_1 = 3$ $E_2 = 5\ m$



$E = y + \dfrac{Q^2}{2gA^2}$ $A = (b+my)y$

$3 = y + \dfrac{Q^2}{2g[(b+my)y]^2}$

$3 = y + \dfrac{Q^2}{2*9.8[(3+2y)\cdot y]^2}$; $3 = y + \dfrac{Q^2}{19.6[(3y+2y^2)^2]}$

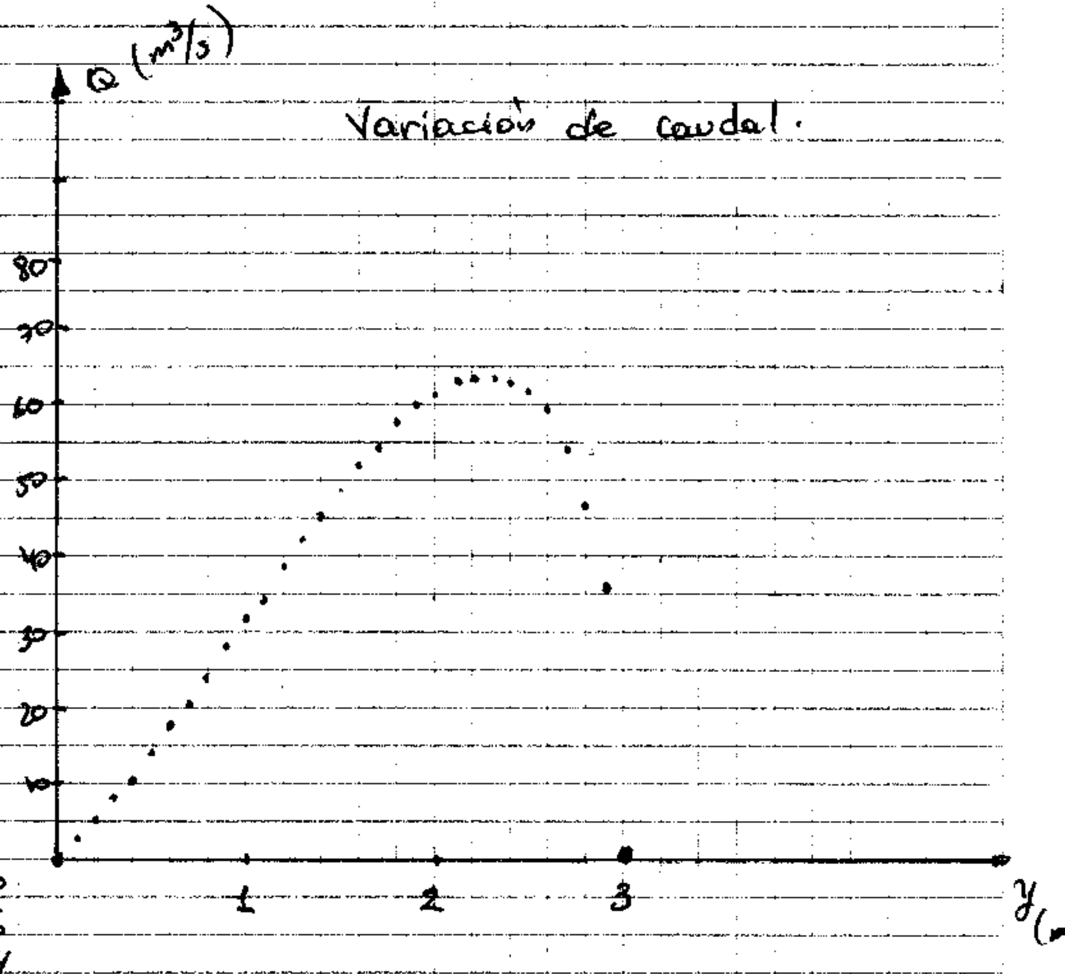
$$3 - y = \frac{Q^2}{19.6\,(3y+2y^2)^2}$$

$$(3-y)(19.6)(3y+2y^2)^2 = Q^2$$

$$\sqrt{(3-y)(19.6)(3y+2y^2)^2} = Q$$

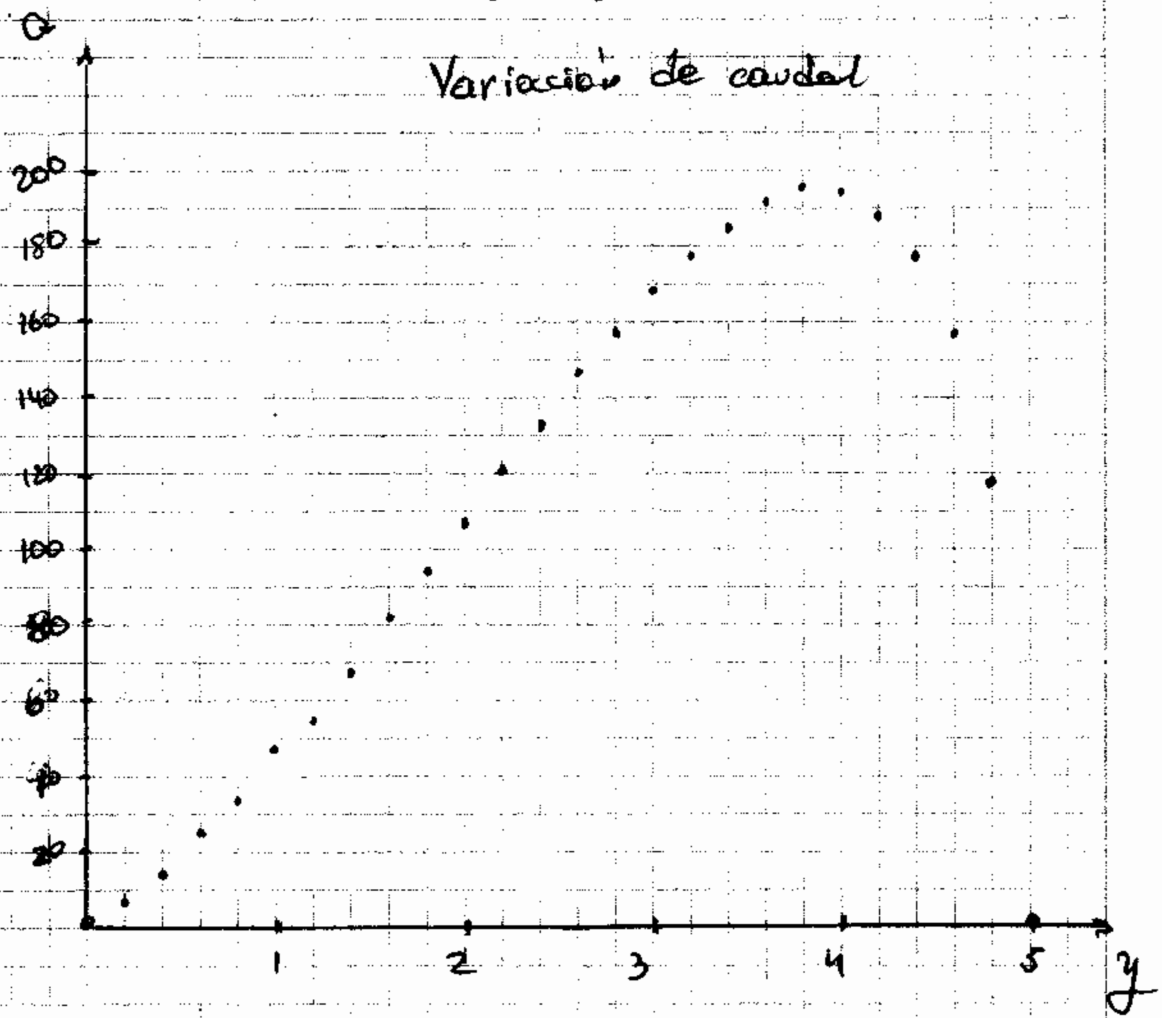
$$\sqrt{(3-y)(19.6)}\,(3y+2y^2) = Q$$

y	Q
0	0
0,1	2,41
0,2	5,03
0,3	7,85
0,4	10,85
0,5	14
0,6	17,28
0,7	20,67
0,8	24,16
0,9	27,71
1,0	31,30
1,1	34,90
1,2	38,48
1,3	42,02
1,4	45,47
1,5	48,80
1,6	51,96
1,7	54,91
1,8	57,61
1,9	60,00
2,0	61,98
2,1	63,50
2,2	64,46
2,3	64,74
2,4	64,19
2,5	62,61
2,6	59,69
2,7	54,99
2,8	47,67
2,9	35,72
3,0	0



Si $E = 5$ $\quad Q = \sqrt{(5-y)(19.6)}\,(3y + 2y^2)$

y	Q
0	0
0,2	6,59
0,4	14,43
0,6	23,40
0,8	33,38
1,0	44,27
1,2	55,92
1,4	68,20
1,6	80,98
1,8	94,08
2,0	107,35
2,2	120,60
2,4	133,63
2,6	146,22
2,8	158,12
3,0	169,05
3,2	178,66
3,4	186,59
3,6	192,35
3,8	195,34
4,0	194,79
4,2	189,59
4,4	178,04
4,6	157,13
4,8	119,74
5,0	0



Para el caudal maximo $\dfrac{dQ}{dy} = 0$

$$Q = \sqrt{(3-y)(19.6)}\,(3y + 2y^2) \qquad \text{Para } E = 3\,m.$$

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{\sqrt{19.6}}{2}(3-y)^{-1/2}(-1)\,(3y + 2y^2) + \sqrt{(3-y)(19.6)}\,(3 + 4y) = 0.$$

Solucionando con solver en excel se tiene

$y = 2,28\ m.$

$$Q_{max} = \sqrt{(3 - 2,28)(19.6)}\,(3 * 2,28 + 2 * 2,28^2)$$

$$Q_{máx} = 64.75\ m^3/s.$$

Para $E = 5\ m$

$$Q = \sqrt{(5-y)(19.6)}\,(3y+2y^2)$$

$$\frac{dQ}{dy} = \frac{\sqrt{19.6}}{2}(5-y)^{-1/2}(-1)(3y+2y^2) + \sqrt{(5-y)(19.6)}\,(3+4y)$$

$$\frac{dQ}{dy} = 0 \rightarrow \text{Es máximo}$$

$y = 3,87\ m.$ (Usando Solver de Excel)

$$Q = \sqrt{(5-3,87)(19.6)}\,(3*3,87+2*3,87^2)$$

$Q_{max} = 195,60$ para $E = 5$

Profundidad crítica $NF = 1$

$$NF = \frac{V}{\sqrt{gD}} \qquad 1 = \frac{V}{\sqrt{gD}} \qquad D = \frac{A}{T} = \frac{(b+my)y}{b+2my}$$

$$\sqrt{gD} = V \qquad \sqrt{g\cdot\frac{(b+my)y}{b+2my}} = V \qquad \text{Pero } V = \frac{Q}{A}$$

$$\sqrt{g\,\frac{(b+my)y}{b+2my}} = \frac{Q}{(b+my)y} \qquad b = 3 \quad m = 2.$$

$$① \quad \sqrt{g\,\frac{(3+2y)y}{3+4y}} = \frac{Q}{(3+2y)y}$$

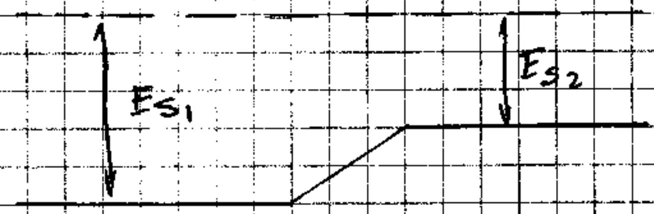
Ademas $E = y + \dfrac{Q^2}{2g[3y+2y^2]^2}$ ② Solucionando un sistema 2×2

Si $E = 3$ $\quad y_c = 2,28\ m \quad Q = 64,75\ m^3/s$

Si $E = 5$ $\quad y_c = 3,87\ m \quad Q = 195,60\ m^3/s$

Las profundidades críticas son $y_c = 2,28\ m$ para $E = 3\ m$
$y_c = 3,87\ m$ para $E = 5\ m.$

3.



$Q = 25\ m^3/s$

$b = 10$

$$E_{s_1} = y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = 1{,}5$$

$$y_1 + \frac{Q^2}{2gA^2} = 1{,}5 \qquad y_1 + \frac{25^2}{2*9.8*(10*y_1)^2} = 1{,}5$$

$y = 0{,}59\ m.$

$$NF = \frac{V}{\sqrt{gy}} \qquad V = \frac{Q}{A} = \frac{25}{10*0{,}59} = 4{,}23.$$

$$NF = \frac{4{,}23}{\sqrt{9.8*0{,}59}} = 1{,}76$$

$Q_1 = Q_2$ Por continuidad

$$\cancel{z_1}^{0} + y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$ Ecuación de energía de Bernoulli

$z_1 = 0 \qquad z_2 = \Delta z \qquad \Delta z = y_1 - y_2$

$$y_1 + \frac{V_1^2}{2g} = \Delta z + y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$1.5 = \Delta z + y_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$1.5 = \Delta z + y_2 + \frac{Q^2}{2gA^2}.$$

$$1.5 = \Delta z + y_2 + \frac{Q^2}{2g(10 \cdot y_2)^2}$$

$$1.5 = y_1 - \cancel{y_2} + \cancel{y_2} + \frac{Q^2}{2g(10y_2)^2}$$

$$1.5 - y_1 = \frac{25^2}{2*9.8*(10y_2)^2}$$

$$1.5 - 0.59 = \frac{25^2}{2 * 9.8 * 100 y_2^2}$$

$$0.95 = \frac{625}{2 * 9.8 * 100 y_2^2}$$

$$y_2^2 = \frac{625}{2 * 9.8 * 100 * 0.95}$$

$$y_2^2 = 0.33$$

$$y_2 = 0.57$$

$$\Delta z = y_1 - y_2$$

$$\Delta z = 0.59 - 0.57 = 0.02 \text{ m.}$$

4) $Q = 18\ m^3/s$

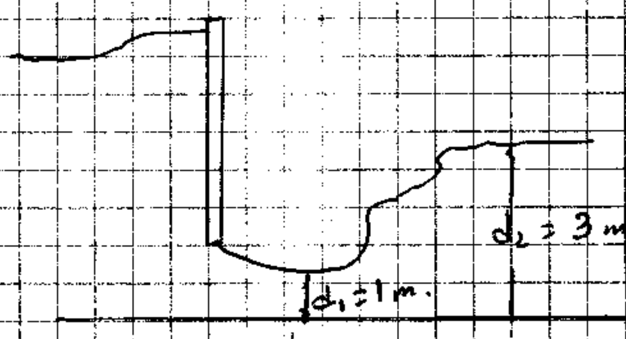
Concreto formado semiterminado.

$d_2 = 3m.$

$Q = V \cdot A$ $\quad A = b \cdot y$

$b = 3m.$

$A = 3y$



Velocidad antes del resalto

$V = \frac{Q}{A}$

$V = \frac{18\ m^3/s}{3 * 1}$ $\quad y = 1\ m$

Velocidad antes del resalto. $V = 6\ m/s.$

$y_2 = \frac{y_1}{2}\left[\sqrt{1 + 8NF^2} - 1\right]$ $\quad NF = \frac{V}{\sqrt{gD}}$ $\quad NF = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y}}$

$y_2 = \frac{1,0}{2}\left[\sqrt{1 + 8 * 1,1^2} - 1\right]$

Si $y = 3$ $\quad Q = 18$ $\quad V = 6\ m/s$

$NF = \frac{6}{\sqrt{9.8 * 3}} = 1,10$

$y_2 = 4,53\ m$

Profundidad después del resalto $= 4,53\ m.$

Velocidad después del resalto $V = \frac{18}{3 * 4,53} = 1,32\ m/s$

Energía disipada

$E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$

$E_1 = 1 + \frac{18^2}{2 * 9.8 * 3 * 1} = 6,51\ m$

$E_2 = 4,53 + \frac{18^2}{2 * 9.8 * 3 * 4,53}$ $5,74$

Energía disipada $= 6,51 - 5,74 = 0,77\ m.$