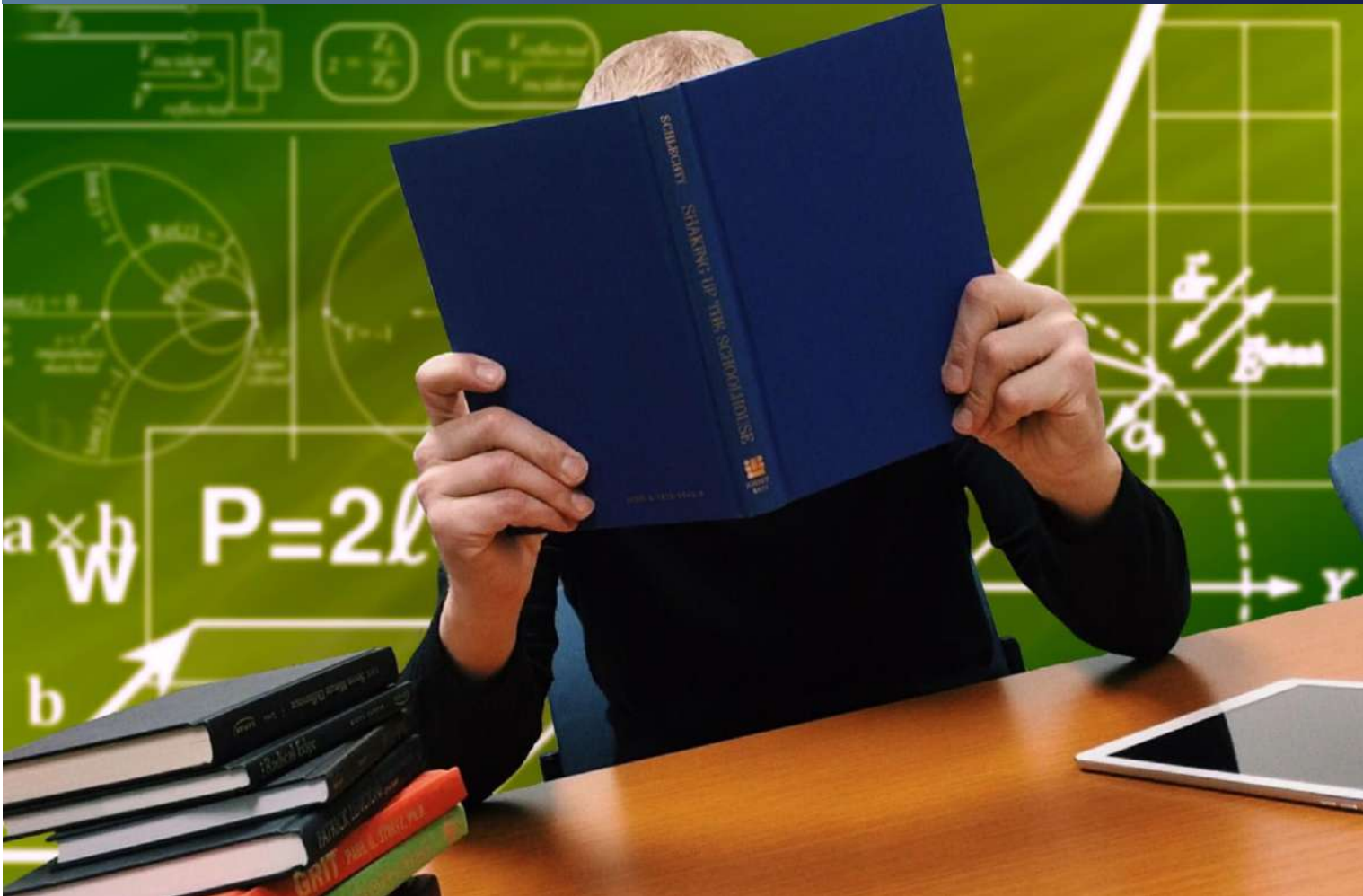


Ejercicios y Talleres

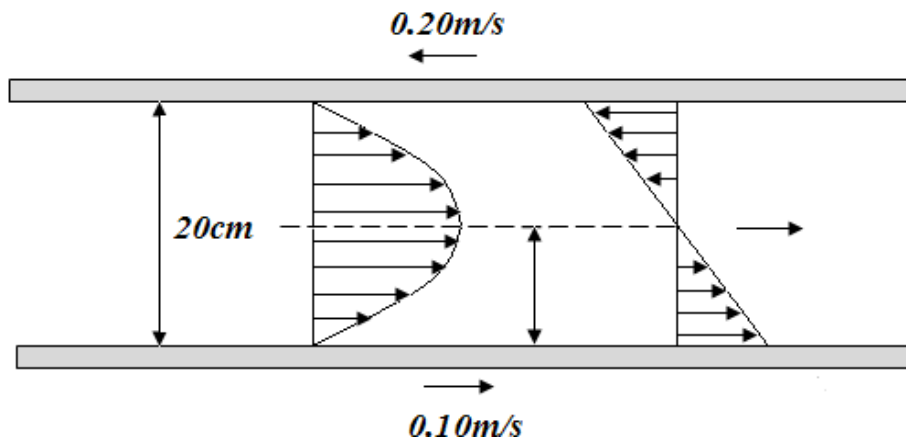


puedes enviarlos a
klasesdematematicasymas@gmail.com

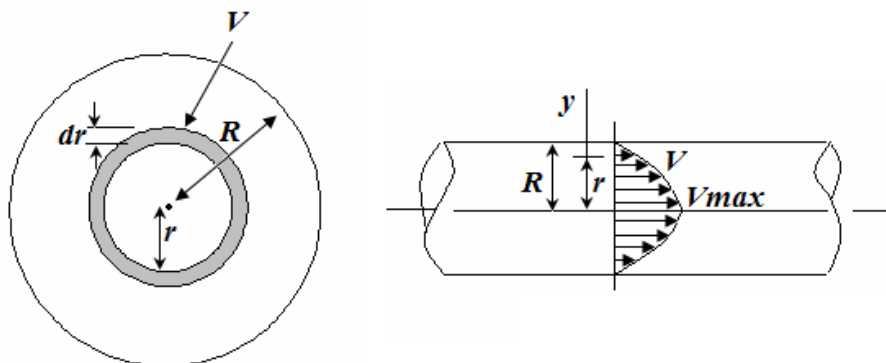
Mecánica de Fluidos

TALLER No. 03

- Entre dos placas paralelas separadas 10 cm, fluye un gasto de 10 lps/m, la placa superior se mueve a 0.20 m/s en sentido contrario al flujo y la inferior en el mismo sentido a 0.10 m/s. Calcule el esfuerzo cortante máximo y la velocidad máxima. El fluido es el aceite con $SG = 0.93$ y viscosidad 10^{-2} Kg s/m^2 .



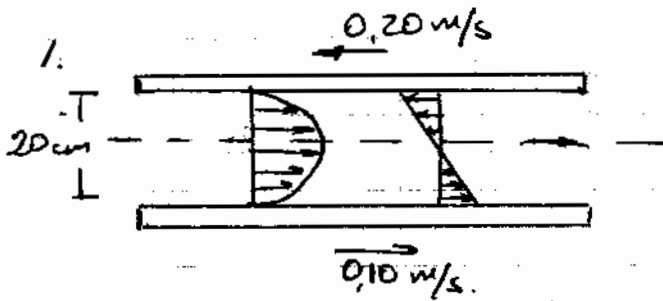
- Determine el caudal que pasa por la tubería cuya distribución de velocidades que se muestra y que sigue la siguiente ley: $v = V(y/r)^{1/7}$, donde V es 3 m/s y R es 0,15 m.



- Un canal trapezoidal tiene un ancho de 0,40 m, las pendiente de las paredes son de 1 sobre 1 y transporta un caudal de 1 m³/s. el nivel aguas arriba del resalto es 0,30m. Hallar la altura del resalto y la pérdida de energía en este tramo.

Mecánica de Fluidos

4. Dibujar la curva de energía específica para un canal rectangular de ancho 10 m que transporta $Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$. Determinar a) la profundidad crítica, b) la energía específica mínima, c) la profundidad alterna correspondiente a una profundidad de 1,50 m.
5. Por un canal riego de forma trapezoidal circulan 1500 l/s, si el ancho del canal es 4,5 m, y el talud es 1:1, determine la energía específica y tipo de régimen se presenta en cada profundidad, para las siguientes profundidades que presenta el canal en tiempo de verano (0,50, 1,00, 1,50).



$n = \text{profundidad.}$

Como las placas se mueven a velocidades distintas no se produce simetría en el flujo.

Esfuerzo cortante $\tau = \gamma \frac{dh}{ds} n + c$

además $\tau = \mu \frac{dv}{dn}$ y se reemplaza, se tiene.

$$\mu \frac{dv}{dn} = \gamma \frac{dh}{ds} n + c$$

Despejando dv $dv = \left(\gamma \frac{dh}{ds} n + c \right) \frac{dn}{\mu}$

$$dv = \gamma \frac{dh}{ds} dn \cdot n + \frac{c}{\mu} dn \quad v = \int \gamma \frac{dh}{ds} n dn + \int \frac{c}{\mu} dn$$

$$v = \frac{\gamma}{\mu} \frac{dh}{ds} \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{c \cdot n}{\mu} + C_1$$

los valores de c y C_1 se pueden determinar con las condiciones de contorno

$$v = 0,10 \quad \text{para } n = 0$$

$$v = -0,20 \quad \text{para } n = 20 \text{ cm } n = 0,2$$

$$v(0) = 0,10$$

$$v = \frac{\gamma}{\mu} \frac{dh}{ds} \cdot \frac{0^2}{2} + \frac{c \cdot 0}{\mu} + C_1 = 0,10 \quad \text{Por tanto } C_1 = 0,10$$

$$v(0,2) = -0,2$$

$$-0,2 = \frac{\gamma}{\mu} \frac{dh}{ds} \cdot \frac{(0,2)^2}{2} + \frac{c \cdot (0,2)}{\mu} + 0,1$$

Con $\gamma = 0,93 \times 1000 = 930$ $\mu = 10^{-2}$

$$-0,2 = \frac{930}{10^{-2}} \times \frac{dh}{ds} \times \frac{0,2^2}{2} + \frac{0,2c}{10^{-2}} + 0,1$$

$$-0.2 = 1860 \frac{dh}{ds} + 20C + 0.1$$

$$-0.3 = 1860 \frac{dh}{ds} + 20C \quad 20C = -0.3 - 1860 \frac{dh}{ds}$$

$$C = \frac{-0.3 - 1860 \frac{dh}{ds}}{20} \quad C = -0,015 - 93 \frac{dh}{ds}$$

Con $C_1 = 0,1$ y $C = -0,015 - 93 \frac{dh}{ds}$ se tiene.

$$U = \frac{\gamma}{\mu} \cdot \frac{dh}{ds} \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{C \cdot n}{\mu} + C_1$$

$$U = \frac{0,93 \times 1000}{10^{-2}} \frac{dh}{ds} \cdot \frac{n^2}{2} + \frac{(-0,015 - 93 \frac{dh}{ds})n}{10^{-2}} + 0,1$$

$$V = 46500 \frac{dh}{ds} \cdot n^2 - 1,5n - 9300 \frac{dh}{ds} \cdot n + 0,1$$

$$q_{\text{asto}} = 10 \text{ lps/m} \quad q = 10 \text{ lps} = 0,01 \text{ m}^3/\text{s/m}$$

$$dq = v dA \quad \text{con } dA = b dn \quad \text{se asume } b = 1 \text{ m}$$

$$dA = dn$$

$$dq = \left(46500 \frac{dh}{ds} \cdot n^2 - 1,5n - 9300 \frac{dh}{ds} \cdot n + 0,1 \right) dn$$

$$q = \int_0^{0,20} \left(46500 \frac{dh}{ds} \cdot n^2 - 1,5n - 9300 \frac{dh}{ds} \cdot n + 0,1 \right) dn = 0,01$$

$$46500 \frac{dh}{ds} \cdot \frac{n^3}{3} - \frac{1,5n^2}{2} - 9300 \frac{dh}{ds} \cdot \frac{n^2}{2} + 0,1n \Big|_0^{0,20} = 0,01$$

$$46500 \frac{dh}{ds} \cdot \frac{(0,2)^3}{3} - \frac{1,5(0,2)^2}{2} - 9300 \frac{dh}{ds} \cdot \frac{0,2^2}{2} + 0,1 \cdot 0,2 = 0,01$$

$$124 \frac{dh}{ds} + 0,03 - 186 \frac{dh}{ds} + 0,02 = 0,01$$

$$-62 \frac{dh}{ds} - 0,01 = 0,01 \quad -62 \frac{dh}{ds} = 0,02$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-0,02}{62} = -3,22 \times 10^{-4}$$

Ya se puede completar la ecuación de velocidad

$$V = 46500 \frac{dh}{ds} \cdot n^2 - 1.5n - 9300 \frac{dh}{ds} \cdot n + 0.1$$

$$V = 46500 \cdot (-3,22 \times 10^{-4}) n^2 - 1.5n - 9300 \cdot (-3,22 \times 10^{-4}) n + 0.1$$

$$V = -15n^2 - 1.5n + 3n + 0.1$$

$$V = -15n^2 + 1.5n + 0.1$$

la velocidad será máxima en $\frac{dV}{dn} = 0$

$$\frac{dV}{dn} = -30n + 1.5 = 0$$

$$n = \frac{1.5}{30} \quad n = 0.05$$

en una altura de 0,05 m se tiene la velocidad máxima:

$$V = -15(0.05)^2 + 1.5(0.05) + 0.1$$

$$V = 0,14 \text{ m/s.} \rightarrow \text{Velocidad máxima}$$

$$\tau = \mu \left(\frac{dv}{dn} \right)_{\max}$$

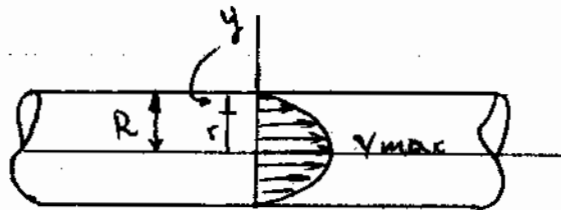
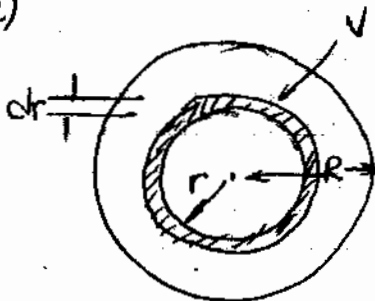
$$\frac{dv}{dn} = -30 \cdot n + 1.5$$

pero es máxima para $n = 0,2 \text{ m}$

$$\tau = 10^{-2} \cdot (-30 \cdot 0.2 + 1.5)$$

$$\tau = -0,045 \text{ Kg/m}^2 \rightarrow \text{Esfuerzo cortante máximo.}$$

2)



$$v = V \left(\frac{y}{r} \right)^{1/2} \quad \text{en donde } V = 3 \text{ m/s} \quad R = 0,15 \text{ m}$$

$$r = R - y \rightarrow dr = -dy$$

Además

$$dq = v \cdot dA \quad \text{con } dA = 2\pi r dr$$

$$dq = v \cdot 2\pi r dr \quad \text{como } v = v \left(\frac{y}{R}\right)^{1/7}$$

$$dq = v \cdot \left(\frac{y}{R}\right)^{1/7} \cdot 2\pi r dr \quad r = R - y \quad dr = -dy$$

$$dq = v \cdot \left(\frac{y}{R}\right)^{1/7} \cdot 2\pi \cdot (R - y) (-dy)$$

$$\int dq = - \int_{0.15}^0 v \cdot \frac{y^{1/7}}{R^{1/7}} \cdot 2\pi \cdot (R - y) dy$$

$$Q = \int_0^{0.15} \frac{v \cdot 2\pi}{R^{1/7}} \cdot (y^{1/7} R - y^{8/7}) dy = \int_0^{0.15}$$

$$Q = \frac{v \cdot 2\pi}{R^{1/7}} \cdot \int_0^{0.15} (y^{1/7} R - y^{8/7}) dy$$

$$v = 3 \quad R = 0.15$$

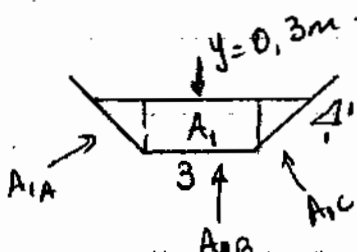
$$Q = \frac{3 \cdot 2 \cdot \pi}{(0.15)^{1/7}} \cdot \left(\frac{7}{8} y^{8/7} \cdot R - \frac{7}{15} y^{15/7} \right) \Big|_0^{0.15}$$

$$Q = \frac{3 \cdot 2 \cdot \pi}{0.15^{1/7}} \cdot \left(\frac{7}{8} (0.15)^{8/7} \cdot 0.15 - \frac{7}{15} 0.15^{15/7} \right)$$

$$Q = 0.172 \text{ m}^3/\text{s}$$

3) Canal trapezoidal de ancho 0,40 m
pendiente 1 sobre 1.
 $Q = 1 \text{ m}^3/\text{s}$.

$$y = 0,30 \text{ m}$$



$$A_1 = (b + my) y$$

$$A_1 = (3 + 0.3 \cdot 1) \cdot 0.3$$

$$A_1 = 0.99 \text{ m}^2$$

$$\text{Ancho superficial} = 3 + 2 \cdot 0.3 = 3,6 \text{ m}$$

Profundidad hidráulica $D = \frac{A}{B} = \frac{0,99}{3,6} = 0,275 \text{ m.}$

Velocidad media $V_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1 \text{ m}^3/\text{s}}{0,99 \text{ m}^2} = 1,01 \text{ m/s}$

Número de Froude $FR_1 = \frac{V_1}{\sqrt{gD}} = \frac{1,01}{\sqrt{9,81 \times 0,275}} = 0,6149$

$FR < 1$ El flujo es subcrítico.

Para y_c , se tiene

$$A_1 y_c = A_{1A} \cdot \frac{0,3}{3} + A_{1B} \cdot \frac{0,3}{2} + A_{1C} \cdot \frac{0,3}{3}$$

$$0,99 \cdot y_c = \frac{0,3 \times 0,3}{2} \times \frac{0,3}{3} + 3 \times 0,3 \times \frac{0,3}{2} + \frac{0,3 \times 0,3}{2} \times \frac{0,3}{3}$$

$$0,99 y_c = 0,009 + 0,135$$

$$0,99 y_c = 0,144$$

$$y_c = 0,145 \text{ m}$$

La Presión en el centroide es $9801 \frac{\text{N}}{\text{m}^3} \times 0,145 \text{ m} = 1421,14$

Por tanto $P_{1c} \cdot A_1 + \mu Q V_1 = P_{2c} \cdot A_2 + \mu Q V_2$

$$1421,14 \times 0,99 + 1000 \times 1 \times 1,01 = P_{2c} \cdot A_2 + \mu Q V_2$$

$$2416,92 = P_{2c} A_2 + \mu Q V_2$$

Como $V_2 = \frac{Q}{A_2}$

$$P_{2c} A_2 + \mu Q \cdot \frac{Q}{A_2} = 2416,92$$

$$P_{2c} A_2 + \frac{\mu Q^2}{A_2} = 2416,92$$

Para y_{c2} se tiene

$$A_2 y_{c2} = A_{2A} \cdot \frac{y_2}{3} + A_{2B} \cdot \frac{y_2}{2} + A_{2C} \cdot \frac{y_2}{3}$$

$$A_2 y_{c2} = A_{2A} \cdot \frac{y_2}{3} + \frac{3 y_2^2}{2} + A_{2C} \cdot \frac{y_2}{3}$$

$$A_2 y_{c2} = \frac{y_2^3}{2 \cdot 3} + \frac{3 y_2^2}{2} + \frac{y_2^3}{2 \cdot 3}$$

$$A_2 y_{c2} = \frac{y_2^3}{3} + \frac{3y_2^2}{2}$$

$$y_{c2} = \frac{\frac{y_2^3}{3} + \frac{3y_2^2}{2}}{A_2}$$

$$P_{2c} = 9801 \cdot y_{c2}$$

$$P_{2c} A_2 + \frac{\rho Q^2}{A_2} = 2416,92$$

$$9801 \cdot \frac{\frac{y_2^3}{3} + \frac{3y_2^2}{2}}{A_2} \cdot A_2 + \frac{1000 \cdot 1^2}{3y_2 + y_2^2} = 2416,92.$$

$$9801 \left(\frac{y_2^3}{3} + \frac{3y_2^2}{2} \right) + \frac{1000}{3y_2 + y_2^2} = 2416,92.$$

Despejando $y_2 = 0,1542 \text{ m}$. \rightarrow Es menor. (Una solución)

$$V_2 = \frac{Q}{by_2 + y_2^2} = \frac{1}{3 \times 0,1542 + 0,1542^2} = 2,05601 \text{ m/s}$$

$$\text{Ancho superficial} = 3 + 2 \times 0,1542 = 3,3084 \text{ m}.$$

$$\text{Area} = 3 \times 0,1542 + 0,1542^2 = 0,4863.$$

$$\text{Profundidad hidraulica } D_2 = \frac{A}{B} = \frac{0,4863}{3,3084} = 0,1469$$

$$\text{Número de Froude } FR_2 = \frac{V_2}{\sqrt{g \cdot D_2}} = \frac{2,05601}{\sqrt{9,81 \times 0,1469}} = 1,71$$

$$\text{Pérdida de Energía} = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2} = \frac{(0,30 - 0,1542)^3}{4 \times 0,30 \times 0,1542}$$

$$\Delta E = 0,0167 \text{ m}.$$

Sin embargo otra solución es $y = 0,299 \approx 0,30 \text{ m}$ lo que no produciría resalto hidráulico, lo que se explicaría a partir del Número de Froude

$FR_1 = 0,61 < 1$ el flujo es subcrítico. y es tranquilo.

$$b = 10 \text{ m}$$

$$Q = 50 \text{ m}^3/\text{s}$$

Energía Específica $\Rightarrow E = y + \frac{v^2}{2g}$

$$v = \frac{Q}{A} \quad E = y + \frac{Q^2}{2gA^2}$$

$$A = b \cdot y \quad E = y + \frac{Q^2}{2g(b \cdot y)^2} \quad E = y + \frac{Q^2}{2gb^2 \cdot y^2}$$

Reemplazando

$$E = y + \frac{50^2}{2 \cdot 9.8 \cdot 10^2 y^2} \quad E = y + \frac{1,27551}{y^2}$$

$$\frac{dE}{dy} = 1 + \frac{1,27551}{y^3} \cdot (-2) = 0$$

$$\frac{2,551020}{y^3} = 1 \quad y^3 = 2,551020$$

$$y = \sqrt[3]{2,551020} \quad y = 1,366379 \text{ m.}$$

a) Profundidad crítica $y = 1,36 \text{ m.}$

b) Energía mínima $E = 1,36 \text{ m} + \frac{1,27551}{1,366379^2} = 2,0488 \text{ m}$

c) Si $y = 1,50$ $E = 1,50 + \frac{1,27551}{1,50^2} = 2,0668 \text{ m}$

Para la profundidad alterna se soluciono.

$$y + \frac{1,27251}{y^2} = 2,0668$$

Despejando y se tiene $y = 1,2473 \text{ m.}$

La profundidad alterna de $y = 1,5$ es $y = 1,2473$.

$$5) Q = 1500 \frac{1}{s} = 1.5 \text{ m}^3/s$$

$$b = 4.5 \quad m = 1$$

$$\text{Energía Específica} \quad E = y + \frac{v^2}{2g}$$

$$\text{Area} = (b + my) \cdot y = (4.5 + 1 \cdot y) \cdot y = 4.5y + y^2$$

$$v = \frac{Q}{A} \quad v = \frac{1.5}{4.5y + y^2}$$

$$E = y + \frac{\left(\frac{1.5}{4.5y + y^2}\right)^2}{2 \cdot 9.8} \quad E = y + \frac{0.114795}{(4.5y + y^2)^2}$$

$$\text{Si } y = 0.5 \quad E = 0.5 + \frac{0.114795}{(4.5 + 0.5 + 0.5^2)^2} = 0.510067$$

$$\text{Si } y = 1.0 \quad E = 1.0 + \frac{0.114795}{(4.5 + 1.0 + 1.0^2)^2} = 1.0014$$

$$\text{Si } y = 1.5 \quad E = 1.5 + \frac{0.114795}{(4.5 + 1.5 + 1.5^2)^2} = 1.5004$$

Para la profundidad crítica $\frac{dE}{dy} = 0$

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{1.032110}{(4.5 + 4.5y)^3 \cdot y^2} - \frac{0.229357}{(4.5 + 4.5y)^2 \cdot y^3} = 0$$

$$\text{Solucionando } y_c = 0.2087$$

Por tanto $y = 0.5$ $y = 1.0$ $y = 1.5$ están por encima del punto crítico por tanto el flujo en los tres casos es subcrítico